PROCESSTYRNING

1018

Förbättrad behovsstyrd sotning genom mätning av värmeöverförande tubernas egenfrekvens

Elisabet Blom, Christofer Ivarsson



· · , , · · · · · · · ·

Förbättrad behovsstyrd sotning genom mätning av överförande tubernas egenfrekvens

Improved soot blowing, based on needs, through measurement of the natural frequency of the heat transferring tubes

Elisabet Blom och Christofer Ivarsson

P06-603

VÄRMEFORSK Service AB 101 53 STOCKHOLM Tel 08-677 25 80 November 2007 ISSN 1653-1248

Förord

De första jag vill tacka under denna punkt är våra flitiga examensarbetare som slet med modeller och verkligheten. De har visat att man trots oerfarenhet kan nå framgång i projektarbete, tack Faisal Mohamed Ali och Saeid Kharazmi.

Under projektet har jag som projektledare haft stor hjälp av ett antal personer på Linköpings universitet institutionen för ekonomisk och industriell utveckling; Dan Loyd, Tore Dahlberg, Carl-Gustaf Aronsson och Nils Larsson. I samband med att proven gjordes på fältet krävdes en hel del vibrationsteknisk finurlighet, Arne Lindholm PME bidrog starkt till detta. Dessutom vill vi naturligtvis tacka pannägarna SAKAB och Tekniska Verken i Linköping för ett gott samarbete.

Sist men inte minst vill jag tacka vår lilla men flitiga referensgrupp Björn Hultman Billerud, Skärblacka och Jesper Baaring Öresundskraft. Det är nyttigt att få respons direkt ifrån presumtiva användare.

Linköping, maj 2007

Elisabet Blom

Abstract

En överhettartub kommer vid nedsmutsning snabbt att tappa sin förmåga till värmeöverföring, det är därför mycket viktigt att hålla tuben ren. Att rengöra tuberna medför att de utsätts för en ytterligare mekanisk last och kan även bidra till erosion och korrosion på tuberna.

Den metod som undersökts är att mäta tubens mekaniska egenskaper och titta på förändringar i egenfrekvensen för att få indikationer på sotpåslag.

Resultaten visar att det är fullt möjligt att detektera påslag på tuber genom att mäta de mekaniska egenskaperna. Det är dock svårt att få en relevant mätning i en panna med hjälp av en sond, i framtida projekt bör man därför fokusera på att mäta direkt på befintliga överhettartuber.

Sammanfattning

Syftet med projektet är att ta fram en metod som kan påvisa förekomsten av beläggningar genom mätning av de värmeöverförande tubernas egenfrekvens som funktion av sotbeläggningens tillväxt. Detta projekt är ett pilotförsök som är oberoende av pannanläggning och alltså gällande för alla anläggningar som har problem med sotbildning på värmeöverförande tuber. Rapportens undersökning ska besvara två huvudfrågor.

- Är det överhuvudtaget möjligt att använda egenfrekvenser i syfte att ta reda på avlagringens existens på överhettartuber?
- Vilka parametrar styr egenfrekvensändringen hos överhettartuber?

I dagens läge använder sig anläggningar av panntillverkarnas rekommendationer och erfarenheter av sotning, alltså visst antal sotningar per tidsenhet. Bränslet och panntypen har avgörande betydelse för sotbeläggningens tillväxt på överhettartuberna.

Målet med projektet är att se om man kan använda tubens mekaniska egenskaper för att detektera nedsotning.

Projektet delades upp i två delar, en teoretisk och en praktisk del. Den teoretiska delen var mest för att konstatera att vår sond var rätt konstruerad och att idéerna med att det händer någonting med de mekaniska egenskaperna när det blir beläggningar stämde.

De praktiska försöken gjordes i två steg, först ett laboratorieförsök där egenfrekvenserna mellan ren sond och en sond klädd med ca 5 mm gips jämfördes. Resultatet var att egenfrekvensen på sonden sjönk, vilket indikerar att sondens ökade vikt resulterar i en förändring av de dynamiska egenskaperna.

Vid provet på SAKAB framkom problem med infästningen av sonden och att det var enkelt att påverka frekvenserna genom att flytta sonden. Det var dock tydligt att de mekaniska egenskaperna påverkades av påslaget.

Slutsatsen är att det är möjligt att detektera nedsotning med hjälp av de mekaniska egenskaperna hos sonden. Man bör dock försöka mäta direkt på panntuberna eller i något som har mekaniskt direktkontakt med dessa. I samband med detta bör man också titta närmare på hur en reglerstrategi för sotningen bör se ut.

Summary

The aim of the project is to develop a method for detecting soot on the transferring tubes by measuring the Eigen frequency of the tubes as a function of the soot deposit growth. The project is a pilot study independent of boiler type and it is applicable to all boilers where soot deposit on transferring tubes is a repeating issue. The report is supposed to answer two major questions.

- Is it possible to make use of Eigen frequencies in order to trace soot deposit on transferring tubes?
- What governing parameters are related to the Eigen frequency of transferring tubes?

By today, soot blowing is executed after recommendations from the manufacturer in terms of number of soot blowing per time unit. The fuel type as well as boiler type has great influence on the soot deposit growth.

The objective of the project is to investigate whether the mechanical properties of the transferring tube can be used to detect soot deposit.

The project is divided into a theoretical and a practical part. The theoretical part covers the design of the probe and the change of its mechanical properties when soot deposit is present. Practical experiments were then carried out in a laboratory were the probes mechanical properties with and without soot deposit were investigated. It was shown that the Eigen frequency of the probe decreased with an increased mass due to soot deposit.

A test was also made in a boiler at SAKAB but difficulties in attaching the probe to the inspection hatch. The results varieties and the interpretation of the results become difficult. However, it was obvious that the mechanical properties of the probe changed with the amount of soot deposit.

It was concluded that detection of soot deposit by studying the mechanical properties of the transferring tubes is possible. Yet, using a probe is no optimal solution, instead measurements should be done directly on the heat transferring tubes. In addition, a strategy for controlling the soot deposit has to be developed.

Innehållsförteckning

1	INLEDNING	1			
	1.1 BAKGRUND	1 1 1			
2	BAKGRUND	3			
_					
	2.1 OPPHOV TILL BELAGGNINGAR 2.2 BELÄGGNINGSMEKANIK 2.3 SOTNINGSMETODER	3 3 5			
3	TEORI	7			
	 3.1 UPPSTÅENDE KRAFTER I EN PANNA	7 7 8 <i> 9</i> . <i>10</i> . 11			
4	MÄTINSTRUMENT	. 13			
	 4.1 ACCELEROMETER	. 13 . 14 . 15			
5	RESULTAT FRÅN LABORATORIEFÖRSÖK	. 16			
6	RESULTAT	. 19			
		19			
	6.1.1 Fast inspänd sond	. 19			
	6.1.2 Fritt hängande sond	. 21			
	6.1.2.1 Egensvängningsmoderna för fritt upplagd-fri sond med gips	23			
	6.1.2.2 Egensvängningsmoderna för fritt upplagd-fri sond utan gips	25			
	6.2 EXPERIMENTELLT RESULTAT – SAKAB, KUMLA	. 28			
	<i>6.2.1 Matresultat</i>	. 31			
7	DISKUSSION	. 34			
8	SLUTSATS	. 35			
9	REKOMMENDATIONER OCH FÖRSLAG TILL FORTSATT ARBETE	. 36			
10	REFERENSER	. 37			
В	BILAGOR - ÖVERSIKT				

Bilagor

A NOMENKLATUR OCH FYSIKALISKA STORHETER

B TEORI - KAPITEL 2

C TEORI - KAPITEL 3

D TEORI – KAPITEL 4

E TEORI – KAPITEL 5

F TEORI – KAPITEL 6

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Idag följer anläggningarna Värmeforsks rekommendationer och erfarenheter för antal sotningar per dag. Modernare anläggningar använder sig av ändring i termodynamiska egenskaper för sotning, alltså pannan styrs på temperaturer och flöde.

Beläggningar kan orsaka bland annat överkokningar i ekonomiserpaketen. Det har visat sig att endast rekommendationer och erfarenhet inte är tillräckligt utan det behövs en effektivare metod som kan säkerställa överhettartubers påslag.

1.2 Problemformulering

Sotning är en viktig faktor för att uppnå bästa möjliga värmeöverföring hos anläggningar, för om inte tuberna sotas regelbundet blir temperaturfördelningen ojämn med högre temperatur på vissa ställen som resultat.

Konsekvenserna blir en sämre verkningsgrad och en okontrollerad temperatur. Olika anläggningar använder sig av olika sotningsmetoder beroende på resurser och tillgång. Det har visat sig att sotning har en skadlig inverkan på tuberna och kostnaden för dessa är höga. Om det finns möjlighet att sota färre gånger, utan att försämra verkningsgraden, kan företagen spara stora summor. Kostnaderna för sotning och eventuellt driftstopp på grund av byten av paket som tagit skada på grund av beläggningar är ren förlust. De största skadliga problemen som relateras till sotning är erosion och korrosion som sliter på materialen i tuberna. Beroende på typ av bränsle kommer avlagringens sammansättning att förändras.

1.3 Mål

Projektets mål är att bestämma om man med vibrationsgivare och temperaturgivare på värmeöverförande tuber i t.ex. ekonomiser och överhettare kan detektera beläggningstillväxten.

1.4 Avgränsningar

Konstruktionen av de befintliga anläggningarna gör överhettartuberna för svåråtkomliga för att kunna koppla en accelerometer till dem i syfte att utföra experiment. Därför tillverkades en sond för utförande av experimentet enligt Figur 1.1 med likartade materialegenskaper och geometri i radiellt led som en sedvanlig överhettartub.



Figur 1.1 Sond med likartade materialegenskaper som en överhettartub *Figure 1.1* Probe with similar material properties like a super heater tube

Sonden i Figur 1.1 testades experimentellt dels i laboratoriemiljö och dels i kraftvärmeverket i Linköping och på SAKAB panna WTE2.

Konstruktionen av kraftvärmeverket i Linköping gör det svårt att placera sonden i närheten av överhettartuberna. Därför kom sonden att föras in genom en inspektionslucka som är i närheten av eldstaden, se Figur 1.2. Det betyder att sonden kom att utsättas för högre strålningseffekt, vilket leder till högre temperaturer och därmed gäller inte riktigt samma förutsättningar som för överhettartuberna. Accelerometern som skall vara kopplad till sonden skall därför tåla höga temperaturer. Fixeringen av sonden är också en viktig parameter för att den inte ska kunna röra sig fritt och eventuellt dämpa resonansfrekvenserna.



Figur 1.2 Eldstaden i kraftvärmeverket i Linköping Figure 1.2 The furnace in Linköping CHP plant

2 Bakgrund

2.1 Upphov till beläggningar

Den elementära orsaken till att stoftpartiklar belägger värmeöverförande ytor beror på vilken typ av bränsle som används i pannan. Fokus i denna rapport läggs på biobränsle och avfall som också har störst påverkan på bildandet av beläggningar på värmeöverförande ytor.

Bränslet som används till uppvärmning kategoriseras i flera huvudgrupper och bidrar olika till sotbildning och föroreningar i miljön.

Biobränsle innehåller oftast höga halter av klorider som leder till korrosion och alkalisalter vilket leder till en ökning av beläggningarna.

Värmeutvinning genom överhettartuber enligt Figur 2.1 där överhettad ånga går antingen till turbin eller till värmeväxlare är en viktig faktor för det är där värmeöverföringens verkningsgrad måste vara som bäst. Avlagringar påverkar denna verkningsgrad, det vill säga ju tjockare avlagringar desto sämre värmeöverföring.



Figur 2.1 Överhettartuber i kraftvärmeverket i Linköping Figure 2.1 Super heater tubes in CHP plant in Linköping

2.2 Beläggningsmekanik

Avlagringens uppbyggnad och konsistens beror främst på vilket typ av bränsle som används. Den typ av bränsle som används i en anläggning ger olika typer av föroreningar i form av partiklar i rökgasen. Rökgaspartiklarna får annorlunda egenskaper vid olika temperaturer och rökgasflöde mot överhettartuberna, vilket leder till olika avlagringsprocesser på överhettaren. Processerna kan närmare bestämt beskrivas med såväl impaktion, kondensation, termoforces och kemiska reaktioner som diffusion.

- **Impaktion** kallas den process som leder till att avlagringar bildas på grund av flygande aska som träffar överhettartuberna. Det finns två varianter av impaktion, direkt och turbulent. Direkt impaktion är den process då partiklarna från rökgasen utsätter överhettartuberna i anströmmande riktning. Turbulent impaktion är då virvelströmningar från rökgasen på baksidan av överhettartuberna ansamlar rökgaspartiklarna, för tydlighetens skull se Figur 2.2.
- Kondensation sker vanligtvis på grund av rådande temperaturskillnad som bidrar till bildandet av vätskefilm antingen på överhettartuberna eller på gaspartiklarna som ger upphov till att flygande aska fastnar lättare på överhettartuberna.
- **Termoforces** handlar om partiklarnas kinetiska energi som fås utav temperaturgradienten i pannan, det vill säga att rökgasen i den varmare delen får högre kinetisk energi än rökgasen i den kallare ytan. Denna förflyttning av partiklar leder till att partiklarna fastnar på den kallare ytan och bygger på avlagringarna som vartefter blir allt större. Med tiden, då avlagringarnas tjocklek ökar, försämras värmeöverföringen men å andra sidan medför den tjocka beläggningen en hög yttertemperatur och därefter mindre temperaturgradient.
- Kemiska reaktioner sker på eller i vissa fall i tuberna beroende på tubernas materialegenskaper och kemiska reaktioner mellan stoftpartiklar och tuber.
- **Diffusion** är molekylrörelser från ett högt till ett lågt koncentrationsområde genom Brownsk rörelse.



Figur 2.2 Schematisk bild av direkt och turbulent impaktion Figure 2.2 Schematic picture of direct and turbulent impaction

Den viktiga slutsatsen av ovanstående processer är att rökgaspartiklarnas storlek spelar en stor roll för vilken process som är övervägande och skall studeras närmare, det vill säga större partiklar fastnar på överhettartuber genom impaktion medan små partiklar fastnar på tuberna genom termoforces [2]. Avlagringar som belägger överhettartuberna, försämrar värmeöverföringen mellan rökgasen och mediet i överhettarna.

2.3 Sotningsmetoder

I detta kapitel beskrivs de vanligaste sotningsmetoder som idag används i kraftvärmeverk och värmeverk i Sverige.

- Ångsotning. Denna metod går ut på att använda ånga för att bryta ner beläggning på överhettartuberna. Ångan sprutas på beläggningen från ett munstycke eller dysa. För att kunna effektivisera processen krävs det vissa förkunskaper om bl.a. anslagstryck, avstånd mellan dysan och beläggningen, variation av ångstrålens diameter, samt infallande vinkel mellan dysan och hur processen påverkar beläggningen. Dessa faktorer kan leda till erosionsskador på överhettartuberna. Den största orsaken till erosionskador i tuberna är kondensat i ångan, det vill säga det kondensat som finns kvar efter uppvärmning i ångsystemet och som har högre rörelseenergi än överhettad ånga, vilken ger upphov till högre anslagskrafter mot tuberna och i vissa fall risk för korrosion på tuberna [6].
- Vattensotning. Denna metod anses vara effektivare i jämförelse med ångsotning för den stora anslagskraften men påkänningen ökar markant på den yta där sot skall avlägsnas. Termisk utmattning är vanligt förekommande på grund av temperaturskillnaden. Detta leder till i bästa fall sprickbildning i

avlagringen och därmed avlägsnande från överhettartuben, men risk finns för sprickinitiering och därmed propagering av spricka i överhettartuben [1]. Korrosion är ett faktum som inte får försummas när det gäller vattensotning.

- Luftsotning. Denna metod liknar ångsotning men istället för ånga används luft som sprutningsmedel. Fördelen med metoden är att det krävs mindre underhåll, den är mer tillgänglig och framstår som en homogen sammansättning. Dessutom fås inget korrosionsbidrag från luften i tuberna i jämförelse med ångsotning där det förekommer kondensat. Metoden för luftsotning är dyr och endast lönsam vid större anläggningar på över 500 MW [6].
- Ljudsotning. Denna metod skakar loss beläggningar med hjälp av ljudvågor. Metoden kan inte verka på alla typer av beläggningar utan på de torra beläggningar som inte har smält. Fördelen med denna är att det är billigt att installera och underhålla.
- Shower Cleaning System (SCS) Vattendusch. Metoden går ut på att vatten tränger in i porösa avlagringar. Konsekvensen av det i den varma miljön blir att förångning av vatten sker i de porösa avlagringarna och därmed expansion av vatten som leder till sprickbildning i avlagringarna och därmed avlägsning från tuberna.
- Kulsotning. Denna metod går ut på att kulor släpps jämt över den yta som skall sotas. Kulorna kallas också renskulor eller clips, och beroende på beläggningens hårdhet används stål eller aluminium. Stål är mycket hårdare, tyngre och temperaturtåligare än aluminium. Aluminium är lättare, mjukare, vilket innebär mindre skadeinverkan på tuberna, men är temperaturberoende, det vill säga. smälter vid 660°C [1].
- Slag och Spräng. Slagsotning går ut på att slaget utgör en kraft som är större än den kraft som håller ihop avlagringen på överhettartuberna, därmed släpper avlagringen taget om tuberna. Denna metod kan orsaka vibration och sprickbildning i murverket och i tuberna[1].

3 Teori

För fullständiga härledningar och förklaringar hänvisas till Bilaga 2-4.

3.1 Uppstående krafter i en panna

En sond enligt Figur 3.1 i en panna är utsatt för strömningskrafter och styvhetsförändringar som påverkar mätningar av resonansfrekvenserna. Det finns flera faktorer som ger bidrag till excitation av sonden, det vill säga krafter som uppstår på grund av densitetsskillnad i olika punkter i pannan. Densitetsskillnad uppstår på grund av temperaturskillnader i olika punkter. I en normal panna finns det fläktar som suger upp rökgaserna mot överhettartuber. Strömningseffekten på grund av fläktar kallas också för påtvingade konvektion som har betydligt större effekt än den naturliga konvektionen på grund av densitetsskillnad. Sonden fördes in genom en inspektionslucka och beräkningarna baserades därefter på sondens läge i pannan. Strömningskrafter som verkar på sonden beskrivs i kommande kapitel.



Figur 3.1 Placering av sonden kan beskådas i pannan genom en inspektionslucka Figure 3.1 Placing of probe can be shown in boiler through an inspection hole

3.2 Modell och lösningsmetodik av värmeöverföring i pannan

Modellen bygger på energijämvikt, att kunna beräkna väggtemperaturen inne i sonden, utgående från det faktum att den totala energin som tillförs till sonden från pannan måste vara lika med ökningen av energi hos sonden vilken motsvarar en temperaturhöjning. Beräkningen utfördes i två steg, den ena utan avlagring och den andra med en växande väggtjocklek, alltså den aktuella avlagringen som belägger sonden under drift. I denna modell försummades all inverkan av kondens som uppstår på sonden på grund av temperaturskillnaden och rökgasens vatteninnehåll som anländer

till sonden. Dessutom antogs temperaturen i pannans vägg vara lika stor som omgivningstemperaturen i pannan.



- *Figur 3.2* Cylindrisk tvärsnitt av sonden med angivna termiska resistans för värmeöverföring genom två sammansatta lager utsatt för konvektion på båda sidor
- *Figure 3.2* Cylindrical cross-section of the probe with specified thermal resistance of heat transferring through two layers subjected to convection on both directions

Den nödvändiga avkylningen av sonden för att givaren inte skall bli överhettad måste vara större än den tillförda energin till sonden. Figur 3.2 visar den termiska påverkan från omgivningen på sondens inre och yttre väggar.

Värmetransporten sker hela tiden från högre till lägre temperaturer och den drivande kraften i denna process är temperaturskillnad, dessutom finns det fläktar som tvingar rökgaserna upp mot sonden där jämvikt sker mellan panna och sond. Energitillförsel till sondens inre vägg från pannan sker i tre olika värmeöverföringsprocesser vilka är ledning, konvektion och strålning. Dessa processer tillämpas i denna modell medan sonden kyls ner med luft och där verkar endast konvektion mellan luft och sondens inre vägg.

3.3 Grundläggande böjsvängning

Euler-Bernoullis balkteori gör det möjligt att beräkna egensvängningar av konsolbalkar med kontinuerligt fördelad massa enligt Figur 3.3. Det finns teorier för transversal vibration av strängar, axiell vibration av stänger och vridande vibration av cirkulära axlar vilka är styrda av randvärdesproblem. Alla består av andra ordningens partiella differentialekvationer med ett randvillkor vid varje ände. Det enda skillnaden ligger i det naturliga beteendet när det gäller förskjutningar, excitationer och parametrar. Böjsvängning av en balk utan yttre laster studeras i detta kapitel, vidare införs lösningsansats för att erhålla en ordinär differentialekvation [9].

Balkar i stort representerar mer komplexa system än det som nämns. För det första består de av fjärde ordningens partiella differentialekvationer med två randvillkor vid varje ände och kan invecklas med spatial derivata upp till tredje ordningen. Här kan randvillkoren indelas i två grupper, det vill säga geometriska och naturliga randvillkor. De fyra randvillkoren ger fyra ekvationer med fyra konstanter som skall bestämmas och för att kunna bestämma konstanterna skall systemdeterminanten sättas lika med noll. Då systemdeterminanten är lika med noll kan oändligt många lösningar för vinkelfrekvensen hittas. Den lägsta vinkelfrekvensen kallas grundton och resterande för övertonerna. Vidare kan egenvinkelfrekvenserna sättas in i de ekvationer som bestämmer konstanterna och till slut bestämma balkens utböjningsutseende som också kallas för egenmod eller egenfunktion.



Figur 3.3 Distribuerat parametersystem med kontinuerligt fördelad massa under inverkan av böjsvängning

Figure 3.3 Distributed parameter system with continuously distributed mass under the influence of bending vibration

3.3.1 Formmotstånd

Formmotstånd definieras som tryckkrafter mellan en fast yta och det strömmande mediet, alltså de normala spänningarna vilka uppstår från rörelse mellan mediet och en oregelbunden begränsningsyta. Trycket avtar och hastigheterna ökar vid de böjda strömningslinjerna samtidigt som negativt tryck erhålls nedströms relativt trycket i den ostörda strömningen. Strömlinjerna i sondens närhet trycks ihop och på stort avstånd är ostörd igen. Där det inte förekommer någon avlösningszon kan Bernoullis teorem tillämpas, det vill säga längs den centrala strömningslinjen som i sin tur ger stagnationstrycket där trycket är som störst.

I läzonen eller separationsområdet där strömningen är virvlande är trycket också konstant. Ökar den friströmmande eller påtvingade hastigheten mot sonden, kommer

avlösningszonen på läsidan att vara fullt utbildad turbulent och separationspunkten flyttar på sig mot den fria eller påtvingade strömningen[8] enligt Figur 3.4.



Figur 3.4 Definition av strömningsområde Figure 3.4 Definition of stream area

Den kraft som påverkar det strömmande mediet kallas för strömningsmotståndet. Alltså kraften som objektet (i detta fall sonden) påverkar det strömmande mediet med. Vid stationär strömning gäller det sammanlagda tryck och friktionsmotståndet enligt Bilaga 4, Ekvation 4.25. I de fall där omströmmande geometri är tredimensionell blir motståndsförhållandena mycket mer komplicerade och strömningsmotståndet utgörs av både tangentialkrafter och tryckkrafter. Tangentialkrafterna är oftast sammankopplade med en yta likt en platta som ligger på marken och strömningen sveper över den medan tryckkrafterna stagnationspunkterna och utstår i avlösningsområdena. Avlösningspunkten är direkt beroende av tryckgradienter som också är beroende på kroppens form och ytråheten som även de påverkar turbulensgraden hos strömningen, vilket ska beaktas

3.3.2 Strömningsinducerade vibrationer

En cylinder är ett klassiskt exempel på svängningsbenägenheter med uppstående tryckvariationer som leder till att kroppen vibrerar. För låga Reynoldstal är strömningen laminär med symetriska strömlinjer omkring cylindern där tröghetskrafterna är negligerbara och det inte uppstår något särskild gränslager men med ökat Reynoldstal blir gränslager uppenbara och separerar vid cylinders baksida och virvlar uppstår också i mindre omfattning. Med Reynolds tal > 60 är virvlarna i läzonen inte längre stabila utan kan avlösas på ömse sidor om den längsgående symmetrilinjen [8].

3.4 Temperaturens inverkan på styvheterna

Temperaturen i pannan har en stor inverkan på elastisitetsmodulen och som tidigare har diskuterats både styvhet och massa har inverkan på egenvinkelfrekvenserna. Figur 3.5 illustrerar fallen där massan och styvheten verkar på egenfrekvenserna. Egenfrekvenserna kommer då att förskjutas åt vänster alltså minska om enbart massan influerar och för att sedan öka då styvheten verkar, alltså en förskjutning åt höger enligt teorin. Om både massa och styvhet verkar samtidigt och är lika mycket så att kvoten går mot ett kan egenfrekvensen hamna någonstans i mitten.



Figur 3.5 Schematisk bild på mass och styvhetsändringar och dess påverkan på egenfrekvens enligt teorin i Kapitel 4

Figure 3.5 Schematic picture on change of mass and stiffness and their influence on eigenfrequencies according to the theory in Chapter 4

Temperaturen påverkar elastisitetsmodulen alltså en högre temperatur medför lägre elastisitetsmodul. Den elastisitetsmodul som är angiven för varje metallisk material är oftast framtagen med hjälp av dragprovning i rumstemperatur. I hållfasthetslära är elastisitetsmodul (E) ett mått på styvheten och definieras av kvoten for små töjningar. Elastisitetsmodulen kan experimentellt bestämmas från lutningen i en spännings töjningskurva under dragprovningen.

Panntemperaturen kommer att påverka elastisitetsmodulen beroende på material sammansättningen av överhettaren. Figur 3.6 visar ett tänkbart fall där temperaturen sänker elastisitetsmodulen och som senare kommer att öka något på grund av sotbildningen. Avlagring tycks skydda överhettaren för att uppnå högre temperatur. Alltså avlagring kan agera som isolering mot värmen i pannan vilket medför lägre temperatur hos överhettaren och därmed högre elastisitetsmodul.



Figur 3.6 Schematisk bild på elasticitetsmodulsändring orsakad av inverkan av temperatur och sotbildning på överhettare

Figure 3.6 Schematic picture of change in Young's Modulus due to effects of temperature and deposits on a super heater

4 Mätinstrument

Det finns olika slags mätinstrument för vibrationsanalys och modanalys. I detta kapitel beskrivs de som fanns att tillgå för detta experiment.

4.1 Accelerometer

De vanligaste givarna är till för att mäta rörelsens väg, hastighet eller acceleration. Givarna bygger på att en massa och en fjäder i någon form skapar en växelspänning proportionell mot önskad storhet. En accelerometer använder en piezokristall som fjäder och en liten massa av stål som massa. Massans tröghet ger en laddning i kristallen då den deformeras av givarhusets rörelse. Laddningen tas om hand, och omvandlas till en mätbar växelspänning. Massan m kan ses som en seismisk massa som för sin funktion bara betraktas för en rörelse längs den axel då den komprimerar kristallen. Figur 4.1 visas en schematisk accelerometer [9].





En typisk accelerometer med piezokristall som bygger på samma idé men där kraften mäts med piezokristall kan betraktas enligt Figur 4.2.

Dessa accelerometrar kan täcka ett stort frekvensområde och möjlighet att välja tillämpningar. Känsligheten uttrycks känslighet för olika som volt per accelerationsenhet. Integrerad elektronik och möjlighet att koppla till olika slags instrument såväl som den använda HP-analystorn som direkt till en PC med lämplig mjukvara som kan omvandla signalen och visa den som tidsfunktion eller spektrum. Piezobaserade accelerometrar kan antingen ha inbyggda förstärkare (omvandlare från laddning till belastningsbar spänning) eller måste sådan införskaffas separat. Vid höga temperaturer på mätpunkten, som till exempel pannan i kraftvärmeverket, kan det vara enda möjligheten.



Figur 4.2 Typiska accelerometrar baserad på piezokristall teknik [11] Figure 4.2 Typical accelerometers based on piezocrystal technology [11]

Kalibreringen av accelerometrar sker individuellt i laboratoriemiljö och FFT-teknologi förser den med hög upplösning. Accelerometer kan i stort sett användas för modalanalys, vibrationsanalys och en rad olika mätningar.

4.2 Impulshammare

Hammaren används till att ge en mätbar impuls som innehåller amplitud och frekvens för att excitera mekanisk struktur. Strukturens svar mäts med en accelerometer enligt kapitel 4.1 som i kombination med en FFT-analysator beräknar överföringsfunktionen hos strukturen. En responssignal mäts med en accelerometer enligt kapitel 4.1 som i kombination med en FFT-analysator förser överföringsfunktionen av strukturen. Överföringsfunktionen kan bestämmas från en pulskraft som genereras med hjälp av hammaren och responssignalen mäts med en accelerometer. Huvudet i hammaren är försedd med givare av kvarts som ger en signal kalibrerad i Newton till det anslutna instrumentets ena kanal. För att forma slagets frekvensinnehåll används olika plastmaterial med varierande hårdhet. Figur 4.3 bilaga 5, visar hårdhetsgraden för olika hammarhuvuden nedan. Hårdare hammarhuvud medför lägre amplitud men täcker över bredare frekvensområde medan mjukare huvud har motsatt effekt [10].



Figur 4.3 Hårdhetsgradskurvor för olika hammarhuvuden i plast Figure 4.3 Hardness curves for different hammer head in plastic

4.3 HP-instrument (H P 3569A Real-Time Frequency Analyzer)

Mätinstrumentet har i stort sett många användningsområden men några av dessa kan nämnas i detta kapitel. Instrumenten kan behandla data för frekvens, respons, spektrum, transientanalys, multispektrumanalys i realtid. Instrumentets arbetsområden kan delas upp i två huvuduppgifter. Den ena är den akustisk analys som utförs bland annat med hjälp av en mikrofon. Den andra är frekvensanalys med hjälp av exempelvis en accelerometer som givare. Sparade data kan senare överföras till en dator för vidare behandlig eller skrivas ut direkt till en skrivare. FFT står för Fast Fourier Transform. Det är en beräkningsalgoritm för beräkning av frekvensspektrat i en tidsfunktion. FFT har stor betydelse för signalbehandlig att lösa partiella differensekvationer och att spara tid och minne för behandlig av data information. Inställningar för instrumenten skall göras efter kringutrustningens specifikation det vill säga accelerometer, mikrofon och hammare så att rätt signal tas emot och lämpligt frekvensintervall väljs.

5 Resultat från laboratorieförsök

Undersökning av egenvinkelfrekvenser och egensvängningsmoder utfördes i laboratoriemiljö. Som sot användes gips. Experiment utfördes med hjälp av en accelerometer som är monterad på en sond enligt Figur 5.1, impulshammare och HP instrument. Experimenten som skulle påvisa egensvängningsmoder och egenvinkelfrekvenser utfördes i två omgångar, dels med gips och dels utan gips för att undersöka om det finns någon ändring på grund av massa och styvhetsändringen. För fast inspänd sond utfördes experiment på egenfrekvenser med gips och utan gips. För fritt-fri balk utfördes experiment både på egenfrekvenser och egensvängningsmoder med gips och utan gips för båda experimentfallen.

Undersökningen av egenvinkelfrekvenserna i laboratoriemiljön genomfördes genom att HP-instrumentet ställs in med accelerometerns och impulshammarens känslighet. Accelerometern var fastmonterad i mitten av sonden för alla försök.



Figur 5.1 Fritt fri-sond i laboratoriemiljö Figure 5.1 Free-free probe in laboratorium

Första experimentet gick ut på att ta fram egenfrekvenser inom ett visst frekvensområde för sond med endast egenvikten. Sonden delas in i 20 noder med 0,01 meter i mellanrum. Därefter knackades varje nod med impulshammaren på samma sida som accelerometern. HP-instrumentet registrerar både hammarens slag och svaret. Beroende på vilket frekvensområde som HP-instrumentet är inställt på, kan frekvenstopparna bestämmas i detta område. Frekvenstopparna kan senare användas till att identifiera egenvinkelfrekvenserna för strukturen.

Nästa försök gick ut på att belägga sonden med gips i laboratoriemiljö för att kunna simulera den faktiska avlagringen som belägger överhettartuber i pannan. Experiment med gips gjordes för att visa huruvida det är styvheten eller massan som har effekt på egenfrekvensernas förskjutning i frekvensområdet.

Ett annat experiment som utfördes i laboratoriemiljön var att ta fram egensvängningsmoder. Det gick till på samma sätt som undersökning av egenfrekvenser men med skillnaden att istället väldes en annan funktion i analysatorn, som registrerar responsen av egenfrekvenserna. HP-instrumentet ställdes därefter in för att kunna samla in information om respons av frekvenser, amplituder och fasvinkel. Efteråt sammanställdes data från varje egenvinkelfrekvens med tillhörande amplitud och fasvinkel längs sonden. Figur 4.12 i bilaga 4 visar hur en sådan process kan gå till för framtagning av egensvängningsmoder.



Figur 5.2 Sammanställning av data för egensvängningsmoder [11] Figure 5.2 Collection of data for modal analysis [11]

I pannan genomfördes inget experiment för egensvängningsmoder utan det antogs att beteendet av strukturen är densamma som tagits fram i laboratoriemiljön. Det som återstår är att fastställa om egenfrekvenserna förändras vid verklig sotbeläggning i pannan.

Experiment i pannan gick ut på att sätta fast sonden med en anordning enligt Figur 5.3 som har till uppgift att hålla sonden så att den dels inte faller in i pannan och dels håller sonden som en fast inspänd balk.



Figur 5.3 Fast inspänningsanordning för sonden Figure 5.3 Fixed arrangement for the probe

Impulshammare kunde uteslutas vid experimentet i kraftvärmeverket då strömning av rökgaser, enligt Kapitel 3.3.2, kommer att excitera sonden, dessutom tillsattes tryckluft i änden av sonden som sticker ut från inspektionsluckan i Figur 5.4 och som har till uppgift att dels kyla och dels tvinga sonden att excitera. Avlagring skulle belägga sonden under experiment och på så sätt få samma funktion som gipset i laboratoriemiljön.



Figur 5.4 Inspektionslucka i kraftvärmeverkets pannvägg Figure 5.4 Inspection hatch in furnace wall in power and heating plant

Det skall nämnas att mätningarna i Linköping sköts upp pga problem med en trasig givare. Mätningarna flyttades sedan till SAKAB beroende på att Sakabs panna har större problem med beläggningar än Panna 3 vid kraftvärmeverket i Linköping.

6 Resultat

I detta kapitel visas grafer och tabeller från experimentella resultat i laboratoriemiljö samt resultat från en praktisk studie på SAKAB. För fullständig teori hänvisas till Bilaga 6.

6.1 Experimentellt resultat – Laboratoriemiljö

Detta kapitel innehåller experimentella resultat för både fast inspänd och fritt upplagd sond i laboratoriemiljö. För att kunna simulera effekten av sot på egenfrekvenser, belades sonden med en massa som bestod av gips och resultaten jämfördes sedan med egenfrekvenser för sondens egenvikt. Gipset inverkar på sondens styvhet och massa och därefter kommer egenfrekvenser att skjutas åt olika håll i frekvensområdet beroende på vilka parametrar som har dominerande effekt på egenfrekvenserna.

6.1.1 Fast inspänd sond

Undersökning av egenfrekvensändring för fast inspänd sond. Figur 6.1-6.3 visar experimentella försök på fast inspänd sond. Sonden spändes fast med hjälp av skruvstycke. Figurerna visar tydliga skillnader som fås då sonden utsätts för olika experiment, dels med sin egenvikt och dels med gips som belägger sonden som i sin tur påverkar styvhet och massa hos sonden.

Parametrar	Experiment-1	Experiment-2
	utan gips	Med gips
Vikt	15,1 kg	15,6 kg
ω_1	20 Hz	17 Hz
ω_2	64 Hz	64 Hz
ω_3	85 Hz	83 Hz

De skillnader i frekvens som kunde noteras konstateras i nedanstående tabell

Tabell 6.1.Fast inspänd sond experimentella värden av
egenfrekvenser med olika massaTable 6.1Clamped probe experimental values for circular

eigenfrequency with different mass

Resultaten visar tydligt att sondens egenfrekvens sjunker när den beläggs med gips eftersom den exciterade massan är högre och skapar en tröghet i svängningsrörelsen.



- Figur 6.1 Experimentellt framtagen egenfrekvens, där sonden knackas vid 0,2 meters avstånd från X = 0. Den rosa kurvan visar egenfrekvens med gips och den blå visar egenfrekvens utan gips för fast inspänd sond
- Figure 6.1 Experimental assemblage of eigenfrequency, where the probe is knocked at the 0,2 meter from the X = 0. The pink curve shows eigenfrequency with plaster and blue curve without plaster for clamped probe at X = 0



- Figur 6.2 Experimentell framtagen egenfrekvens, där sonden knackas vid 0,6 meters avstånd från X = 0. Den rosa kurvan visar egenfrekvens med gips och den blå visar egenfrekvens utan gips för fast inspänd sond
- Figure 6.2 Experimental assemblage of eigenfrequency, where the probe is knocked at the 0,6 meter from the X = 0. The pink curve shows eigenfrequency with plaster and blue curve without plaster for clamped probe at X = 0



Figur 6.3 Experimentell framtagen egenfrekvens, där sonden knackas vid 1,2 meters avstånd från X = 0. Den rosa kurvan visar egenfrekvens med gips och den blå visar egenfrekvens utan gips för fast inspänd sond

Figure 6.3 Experimental assemblage of eigenfrequency, where the probe is knocked at the 1,2 meter from the X = 0. The pink curve shows eigenfrequency with plaster and blue curve without plaster for clamped probe at X = 0

6.1.2 Fritt hängande sond

Experimentella undersökningar av egenfrekvensändring för fritt hängande sond visas i Figur 6.4-6.6. Sonden monterades fritt hängandes i taket med hjälp av rep enligt Figur 5.1. Figurerna visar tydliga skillnader i egenfrekvens då sonden utsätts för olika experiment, dels med sin egenvikt och dels med gips som beläggning.

Parametrar	Experiment-1	Experiment-2
	utan gips	Med gips
Vikt	15,1 kg	15,6 kg
ω_1	89 Hz	81 Hz
ω_2	226 Hz	225 Hz
ω_3	440 Hz	437 Hz

Tabell 6.2.Fritt upplagd-fri sond experimentella värden av
egenfrekvenser med olika massa

Table 6.2Pinned probe experimental values for circular
eigenfrequency with different mass





Figure 6.4 Experimental assemblage of eigenfrequency, where the probe is knocked at 0,2 meter from X = 0. The pink curve shows eigenfrequency with plaster while the blue curve shows without plaster for a probe pinned at X = 0



Figur 6.5 Experimentell framtagen egenfrekvens, där sonden knackas vid 0,6 meters avstånd från X = 0. Den rosa kurvan visar egenfrekvens med gips och den blå visar egenfrekvens utan gips för fritt upplagd-fri sond

Figure 6.5 Experimental assemblage of eigenfrequency, where the probe is knocked at 0,6 meter from the X = 0. The pink curve shows eigenfrequency with plaster while the blue curve shows without plaster for a probe pinned at X = 0





Figure 6.6 Experimental assemblage of eigenfrequency, where the probe is knocked at 1,2 metre from X = 0. The pink curve shows eigenfrequency with plaster while the blue curve shows without plaster for a probe pinned at X = 0

Precis som vid fast inspänd sond sjunker sondens egenfrekvens när den beläggs med gips och den exciterade massan ökar. Man kan också konstatera att dämpningen i systemet ändras.

Det är enklare att tolka resultatet från den fritt hängande sonden då den inte påverkas av fastsättningens egenskaper annat än marginellt.

6.1.2.1 Egensvängningsmoderna för fritt upplagd-fri sond med gips

Amplituderna är normaliserade så att Y(x) går mot ett. Experimentet utfördes genom att sonden hängdes fritt från taket med hjälp rep i enlighet med Figur 5.1 och därefter knackades med 0,1 meters mellanrum längs sonden. En HP-frekvensanalysator mätte överföringsfunktionerna som behandlades för att visa fasvinkel och amplitud för respektive frekvens.

För att förstå hur balken rör sig gjordes prov där svängningsformen mättes fram och animerades. Detta för att enklare kunna kontrollera ifall alla sondens egenfrekvenser har hittats. Metoden som används bygger på att frekvensspektra från excitationen (hammaren) och responsen (accelerometern på sonden) delas med varandra och resultatet blir en amplitud och signalerna svänger i förhållande till varandra, i fas eller ur fas. Metoden kallas i sin avancerade form för modalanalys men i detta fall har vi inte tagit hänsyn till hela kurvan utan bara tittat vid topparna, så kallad ODS (operational deflection shape).

I figurerna 6.7-6.14 redovisas de olika svängningsformerna för sonden





Figure 6.7 The first natural mode where the mode is normalized by allowing amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 with plaster









Figur 6.9 Tredje egensvängningsmod där moden är normaliserad så att amplitudens högsta värde går mot ett, för fritt upplagd-fri sond med gips

Figure 6.9 The third natural mode where the mode is normalized by allowing amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 with plaster





Figure 6.10 The fourth natural mode where the mode is normalized by allowing amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 with plaster

6.1.2.2 Egensvängningsmoderna för fritt upplagd-fri sond utan gips

Amplituderna normaliseras så att Y(x) går mot 1. Experiment utförs genom att sonden hängdes fritt från taket med hjälp rep i enlighet med Figur 5.1 och därefter knackades med 0,1 meters mellanrum längs sonden. För detta syfte var HP-instrumentet inställt på att ta in data i form av respons av egenfrekvenserna. Senare kan data separeras för att sålla fasvinkel och amplitud för var och en av egenvinkelfrekvenserna. Data kan med hjälp av mjukvara överföras till PC för att sedan kunna plottas för varje egensvängningsmod i Excel.

Svängningsformerna gör det enklare att tolka de resultat man får och göra jämförelser mellan de olika proven.



 Figur 6.11 Första egensvängningsmod där moden är normaliserad så att amplitudens högsta värde går mot ett, för fritt upplagd-fri sond utan gips
 Figure 6.11 The first natural mode where the mode is normalized by allowing

amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 without plaster



Figur 6.12 Andra egensvängningsmod där moden är normaliserad så att amplitudens högsta värde går mot ett, för fritt upplagd-fri sond utan gips

Figure 6.12 The second natural mode where the mode is normalized by allowing amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 without plaster



Figur 6.13 Tredje egensvängningsmod där moden är normaliserad så att amplitudens högsta värde går mot ett, för fritt upplagd-fri sond utan gips

Figure 6.13 The third natural mode where the mode is normalized by allowing amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 without plaster





Figure 6.14 The fourth natural mode where the mode is normalized by allowing amplitude's highest value goes to one for probe pinned at X = 0 without plaster

Svängningsformerna för den fritt upplagda sonden och den som är inspänd är förhållandevis likadana. Frekvenserna skiljer dock en del vilket visade sig vid proven och det stämmer också bra överens med teorin.

6.2 Experimentellt resultat – SAKAB, Kumla

En praktisk studie genomfördes på en av SAKAB:s avfallspannor, WTE2, i Kumla. Pannan som är av roster-typ genererar ca 41 MW och bränner såväl hushållsavfall och industriavfall som farligt avfall med en kapacitet på 12,5 ton/h. Pannan arbetar med en ångtemperatur på 400°C vid 40 bars tryck och en temperatur in till överhettarna på 550-650°C.



Figur 6.15Schematisk bild av SAKAB-pannanFigur 6.15Overview of the boiler at SAKAB

Syftet med studien var att med utgångspunkt från metod och laboratorieresultat i Kap. 6.1 mäta ett verkligt sotpåslag på sonden istället för gips som användes i laboratoriemiljön. Tillgänglig utrustning var sonden i Fig 1.1, piezoelektriska accelerometrar enligt Kap 5.1, en CSI-frekvensanalysator, diverse sladdar samt luftslang.

Mätningarna utfördes genom att sonden fördes in genom en inspektionslucka på pannan på tionde våningen, i nivå med överhettarna, se Fig. 6.16. Det visade sig dock snabbt att sonden inte exciterades av strömningen i pannan i tillräcklig utsträckning för att egenfrekvensen skulle vara mätbar. Inte heller då sonden exciterades externt med hammarslag gav den upphov till mätbara egenfrekvenser. Trolig anledning är att sonden inte kunde placeras i inspektionsluckan på ett tillfredsställande sätt och blev därför varken fritt hängande eller fast inspänd.


Figur 6.16 Sonden instucken i inspektionsluckan på våning 10*Figur 6.16* Probe attached to the inspection hatch

Istället modifierades sonden genom att ett rostfritt plattjärn bockades till en stämgaffel och svetsades fast på sondens yttersta spets se Fig 6.17. Sonden isolerades dessutom mot inspektionsluckans stålkant med en gummimatta för att förhindra störande skrammel och bakgrundsbrus. Stämgaffeln exciterades genom en lätt stöt med handen på den del av sonden som stack ut ur inspektionsluckan. Egenfrekvensen fortplantades genom sonden i tillräcklig grad för att vara mätbar i sondens axialriktning. Tanken var att sotpåslag på stämgaffeln skulle förändra dess elasticitetsmodul genom att den skyddas från strålningsvärmen och massan ökar med förändring i resonansfrekvens som följd enligt Kap. 3-4.



Figur 6.17 Förenklad bild av sonden med påsvetsad stämgaffel Figur 6.17 Picture of probe after attachment of the tuning fork

Sonden kyldes invändigt med tryckluft som evakuerades genom ett flertal mindre hål i den ändan av sonden som var instucken i pannan. Eftersom den påsvetsade stämgaffeln gav upphov till axiella rörelser i sonden flyttades accelerometern från att tidigare ha suttit radiellt, de två metallstrypningarna i Fig 6.18, till att sitta axiellt i sondens ytterände, svart givare i Fig. 6.18. Mätningarna påbörjades ca 15 minuter efter det att sonden och den påsvetsade stämgaffeln antagits ha nått konstant temperatur. Anledningen till det var att mätningarna inte skulle bli missvisande då stålets E-modul förändras med temperaturen.



Figur 6.18 Sonden instucken i inspektionsluckan på vån 10Figur 6.18 Close up of the probe attached to the inspection hatch

6.2.1 Mätresultat

Sammanlagt gjordes 30 mätningar under 8 timmar där varje mätning var en medelvärdesbildning av 10 registreringar från accelerometern. En typisk frekvensplot visas i Fig 6.19.



Figur 6.19 Frekvensspektra som visar egenfrekvensen hos stämgaffeln på sonden.Figur 6.19 Plot of the resonance frequency of the tuning fork

Under de åtta timmarna som mätningarna gjordes låg egenfrekvensen spridd inom 2,4-2,6 Hz utan någon tydlig indikation på en trend varken uppåt eller nedåt i frekvens.

Vid en undersökning av tidssignalerna konstaterades att det fanns signifikanta ändringar mellan klockan 14:30 och 21:30 genom att frekvensinnehållet verkar ändras med tiden. I figur 6.20 och 6.21 visas tidssignaler från de båda tillfällena



Figur 6.20 Tidsfunktion för ren sond vertikalt på sonden klockan 14.30 Figur 6.20 Time function in vertical direction on the probe at 14.30 hours



Figur 6.21 Tidsfunktion för nersotad sond vertikalt på sonden klockan 21.30 *Figur 6.21 Time function in vertical direction on the probe at 21.30 hours*

Efter att mätningarna var klara och sonden tagits ur pannan kunde man tydligt se sotpåslaget på sonden som mätte cirka 2 mm, se Figur 6.22. För att den undersökta metoden skall vara användbar måste även denna påslagstjocklek var mätbar för att kunna upprätta en funktion mellan tid, sotpåslag och ändrad egenvinkelfrekvens.



Figur 6.22Sond med beläggning efter provFigur 6.22Probe with coating after tests

Sondens beläggning var efter 7 timmar ca 2-3 mm tjockt beroende på var på sonden mätningen gjordes. Det visade sig att förändringen i egenfrekvenser mellan de olika mätningarna var svårtolkade då det var låga nivåer. Genom att titta på tidsfunktionen blev det enklare att konstatera att de högre frekvenserna hade dämpats mer än de lägre frekvenserna och därigenom gett tidsfunktionen ett annat utseende. Detta är en fullt möjlig signal att tolka av ett automationssystem. Det är dock viktigt att kunna göra en noggrann beskrivning av förändringen.

7 Diskussion

Projektets mål var att bestämma om man med vibrationsgivare och temperaturgivare på värmeöverförande tuber i t.ex. ekonomiser och överhettare kan detektera beläggningstillväxten av sot. Det visade sig att vid både laboratorieförsök och fältförsök får man mätbara förändringar av de mekaniska egenskaperna hos sonden vilket betyder att detta är en möjlig metod att bestämma påslag på en tub.

I de antaganden man gjorde före projektet antogs att den strömning som kommer från kylluften samt strömningen kring röret skulle räcka för att få en bra och tydlig excitation av egenfrekvenserna på sonden. Detta visade sig inte vara fallet vilket medförde att man vid fältförsöken fick göra en omkonstruktion av sonden på plats på SAKAB. Man hade då redan tidigare gjort ett försök i Linköping där det kunde konstateras att kylningen av sonden med tryckluft var otillräcklig. Den låga excitationsnivån i rörströmningen gav en lägre nivå på vibrationerna vilket gjorde signalerna mer svårtolkade, mättekniskt var signalerna också svårtolkade då signal/brus-förhållandet blev dåligt.

Vid de experimentella försöken på fast inspänd sond användes ett skruvstycke för att fixera sonden. Resultaten från experimentet med fast inspänd sond är inte tillförlitligt eftersom sondens längd och massa sätter krav på ett betydligt starkare skruvstycke än det som fanns att tillgå. Det som ändå är av intresse i Figur 6.1-6.3 är tydliga skillnader som fås då sonden experimenteras dels med sin egenvikt och dels med gips som belägger sonden och i sin tur ändrar dess ursprungliga massa och styvhet. Där kan egenfrekvensändringar tydligt urskiljas. Det skall dock konstateras att den fritt hängande sonden gav ett tydligare resultat där man dessutom kan vara relativt övertygad om att inspänningsförhållandena är lika mellan de två proven.

Vad det gäller jämförelsen mellan beräkningar och experimentella värden så kan det konstateras stora skillnader. Eftersom styvheterna inte har varit helt enkla att estimera lägger vi begränsad vikt vid beräkningarna.

Det kan konstateras att användning av sond kan diskuteras då man får en instabil infästning av sonden som påverkas negativt av att den rörs och hur den för tillfället har kontakt med kanten. Om man kan montera givaren på en befintlig tub bör problemet vara avsevärt mindre eftersom tuben är infäst på samma sätt hela tiden.

8 Slutsats

Slutsatserna av försöken är att vi hade svårt att få sonden att fungera bra i pannan men att metoden med att mäta tubernas mekaniska egenskaper och därigenom detektera nedsotning fungerar. Man brukar dela upp de mekaniska förändringarna i styvhetsförändringar och massförändringar, försöken visar i det här fallet att massförändringen hade en större inverkan än styvhetsförändringen och därför sjönk egenfrekvensen något. Man kan dessutom konstatera att påslaget tillför dämpning vid högre frekvenser, vilket medför ett annat utseende på tidssignalen. Detta fenomen är detekterbart och enkelt att följa.

Det kan konstateras att vi hade en stor känslighet vid försöken i panna för de krafter som uppstår i inspänningen t.ex. hur stor del av ytan på sonden som ligger emot i underkant eller vilken vinkel sonden har mot strömningsriktningen. Detta skulle undvikas ifall man mätte på en fast installerad tub som dessutom hänger lodrätt.

Den konkreta slutsatsen av laboratorieförsöken är att metoden att mäta påslag på tuber med hjälp av tubens mekaniska egenskaper är fullt möjlig.

Man kan efter de här försöken konstatera att en sond inte var lämplig att mäta i en panna med. Det kan dock konstateras att om man kan lösa problemen med att mäta på heta tuber utan att äventyra vibrationsgivarens livslängd annat än marginellt kan detta vara en framkomlig väg för tillståndsbaserad sotning.

9 Rekommendationer och förslag till fortsatt arbete

Detta var en pilotstudie som skulle visa huruvida det är möjligt att mäta tubers mekaniska egenskaper för att bestämma om man har beläggningar på tuberna eller inte.

Följande saker bör göras i ett kommande projekt.

- Prova att mäta direkt på en tub på en överhettare. Troligtvis måste mätningarna göras utanför själva pannrummet
- Det är inte lämpligt att använda en sond p.g.a. inverkan från randeffekter
- Valet av panna kommer att vara viktigt vid ett kommande försök. Man bör använda en panna som ger resultat inom rimlig tid d.v.s. det finns mycket aska som kan fastna på tuben.

Sotningen i pannan kommer att vara en viktig fråga som bör vara en del av mätningarna. I den panna vi mätte senast i, SAKAB WTE2, har man slagsotning vilket inte påverkade sonden men det kommer definitivt att påverka de resultat man får på en riktig panntub.

Det finns ytterligare metoder som kan vara värda att prova för att detektera beläggningar på tuber, ett förslag kan vara akustisk emission där man lyssnar på höga frekvenser som röret sänder ut. En annan gren på samma träd kallas "guided wave" och den metoden baseras på utsända pulser av ultraljud som sänds ut via rören, detta används idag för att detektera errosions- och korrosionsskador hos svåråtkomliga rör.

10 Referenser

[1] Anders Hjörnhede och Pamela Henderson "Sotningens inverkan på materialförluster i bio och avfallseldade pannor", Värmeforsk, nr; 970 Mars 2006.

[2] Mattias Andersson, "Avlagringstrender i pannor eldade med biobränsle" Värmeforsk, nr 810 Maj 2003.

[3] Nordin A, Levén P, "Askrelaterade driftproblem i biobränsleeldade anläggningar" Värmeforsk, nr 607 Maj 1997.

[4]Vattenfalls hemsida.

"http://www.vattenfall.se/om_vattenfall/energikunskap/biobransle/varmeverk.asp".

[5] Yunus A. Cengel/Robert H. Turner "Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences" Both of the Department of Mechanical Engineering university of Nevada, Reno 2001.

[6] Anders Eklund och Åsa Rodin "Sotningsmetodernas effektivitet och konsekvenser på förbränningsanläggningar för olika typer av bränslen" Värmeforsk, nr 878 Oktober 2004.

[7] Bo Appelqvist & Dan Loyd "Grundläggande teknisk strömningslära" Linköpings tekniska högskola institution för konstruktions-och produktionsteknik Mekanisk värmeteori och strömningslära, 1979.

[8] Klas Cederwall & Peter Larsen "Hydraulik för väg-och vattenbyggare" LiberLäromedel, Lund, 1976.

[9] Leonard Meriovitch "Fundamentals of Vibrations" College of Engineering Virginia Polytechnic Institute and State University, International Edition 2001.

[10] Kistler Nordic AB tillverkning av mätteknologi baserad på den piezoelektriska effekten för mätning av tryck, kraft samt acceleration. "http://www.kistler.se/".

[11] Brüel & Kjær is a world leading manufacturer and supplier of sound and vibration solutions "http://www.bksv.com/default.asp?Search=1".

[12] Institutionen för Energivetenskaper Lund Tekniska Universitet, Professor Tord Torisson, Mohsen Assadi och Faruk Selimovic. "http://www.vok.lth.se/~tpe/education/applied_themodynamics_sv.html"

[13] Kompendium i ångteknik "Ångpanneteknologi" Institutionen för energiteknik Chalmers tekniska högskola, 1976.

[14] Honeywell Senseting and control is one of the word's largest single source suppliers of sensors and switches "http://www.sensotec.com/index.shtml".

BILAGOR - översikt

- A Nomenklatur och fysikaliska enheter
- B Teori tillhörande kapitel 2
- C Teori tillhörande kapitel 3
- D Teori tillhörande kapitel 4
- E Teori tillhörande kapitel 5
- F Teori tillhörande kapitel 6

A Nomenklatur och fysikaliska enheter

A.1 Nomenklatur

Romanskt

Enhet Beteckning m^2 A Sonds mantelarea m^2 A_i Inre sonds tvärsnittstarea m^2 A_m Tryckbehållares munstycke area m^2 A_{rel} Relativa kroppens tvärsnittsarea m^2 A_{∞} Pannväggars omgivnings area Konstant а т В Konstant C_D Formmotståndskoefficient _ CKonstant Dämpstyvhet Ns/m С D Konstant d_{v} Yttre diameter på sond т d_i Inre diameter på sond т Elasticitetsmodul E N/m^2 F_r Modala kraft amplitud т f Svängningsfrekvens rad f(x,t)N Linjelast m^4 Ι Yttröghetsmoment k fjäderstyvheten N/m^2 L Sonds längd т Karakteristisk längd L_c т M(x,t) $N \cdot m$ Böjmoment Sonds massa т kg Massflöde genom sond kg/s m_i Massflöde genom munstycke kg/s m_m Konstant п N_r Modala krafter Ν Nu_d Nusseldts tal på sond Nusseldts tal i sond Nu_i

p_{atm}	Atmosfäriskt tyck	N/m^2
p_b	Tryck i behållare	N/m^2
$p_{\scriptscriptstyle D}$	Strömningsmotståndet	N
p_m	Tryck i mynning	N/m^2
p^{*}	Krisiska tyck	N/m^2
pr	Prandtls tal	_
Q	Värmeeffekt	W
\dot{Q}_1	Värmeöverföring från panna till sond	W
\dot{Q}_2	Ökningen av energi hos sond	W
$\dot{Q}_{strål}$	Värmeeffekt för strålning	W
$\dot{Q}_{\scriptscriptstyle konv}$	Värmeeffekt för konvektion	W
$\overset{\bullet}{\mathcal{Q}}_{\scriptscriptstyle ledn}$	Värmeeffekt för ledning	W
Q(x,t)	Tvärkraft	N
Re _i	Reynolds tal i sond	_
Re _d	Reynolds tal på sond	_
R _{dryair}	Gas konstanstant för torr luft	J / kgK
R_i	Inre diameter av sond	т
R_y	Yttre diameter av sond	т
R_{ekv}	Ekvivalens termisk resistans	$^{\circ}C/W$
R_{i_konv}	Termisk resistans för konvektion i sond	$^{\circ}C/W$
R _{ledn}	Termisk resistans för ledning	°C/W
R _{strål}	Termisk resistans för strålning	°C/W
R_{total}	Total termisk resistans	°C/W
$R_{v konv}$	Termisk resistans för konvektion	°C/W
S	Strouhalstal	_
T_b	Tryckbehållares temperatur	$^{\circ}C$
T_{f}	Vägnings temperatur	$^{\circ}C$
T_i	Inre sonds temperatur	$^{\circ}C$
T_m	Mynnings temperatur	$^{\circ}C$
T_s	Yttre sonds temperatur	$^{\circ}C$
T _{vägg}	Vägg temperatur i sond	$^{\circ}C$
T_{∞}	Omgivnings och omgivande väggars temperatur	$^{\circ}C$
v	Hastighet av strömmade vätska	m/s
v_b	Hastighet av luft i behållare	m/s
v_i	Hastighet av luft i sond	m/s
v_m	Hastighet av luft i munstycke	<i>m / s</i>

v_{∞}	Hastighet av luft i panna	m/s
x	Koordinat	т
x(t)	Absoluta förskjutningen	т
Y(x)	förskjutningen	т
У	Koordinat	т
y(x,t)	Harmoniska responsen	т
y(t)	förskjutning av massa	т
Z	Koordinat	т
z(t)	Förskjutningen på behållare	т

Grekiskt

Beteckning

Enhet

$lpha_{\scriptscriptstyle strål}$	Värmeövergångskoefficienten för strålning i panna	$W/m^2 \circ C$
$\alpha_{_i}$	Värmeövergångskoefficienten för konvektion inne i sond	$W/m^2 \circ C$
α_{y}	Värmeövergångskoefficienten för konvektion utanför sond	$W/m^2 \circ C$
σ	Stefan-Boltzmanns konstant	W/m^2K^4
ν_{b}	kinematiskviskositet i behållare	m^2/s
V_{i}	kinematiskviskositet i sond	m^2/s
V_m	kinematiskviskositet i munstycke	m^2/s
${\cal V}_{\infty}$	kinematiskviskositet i panna	m^2/s
$\lambda_{_{avgas}}$	Värmekonduktivitet för rökgas i panna	$W/m^{\circ}C$
λ_i^{-}	Värmekonduktivitet för sond/avlagring	$W/m^{\circ}C$
λ_{luft}	Värmekonduktivitet av luft i sond	W/m°C
Ψ	Utströmningsfaktorn	_
χ	C_p / C_v	_
\mathcal{E}_{12}	Emissionsförhållande	_
$\mathcal{E}_{sond / avl}$	Emissivitet för sond eller avlagring	_
ρ	Densitet hos strömmande medium	kg/m^3
$ ho_i$	Densitet hos luft i sond	kg/m^3
$ ho_{d}$	Densitet hos rökgas i panna	kg/m^3
$ ho_{m}$	Densitet hos luft i behållare	kg/m^3
ω	Egenvinkelfrekvensen	Rad / s
λ	Positiv konstant	_
ϕ	Fasvinkel	rad
Ω	Exciterade vinkelfrekvens	rad
$\eta(t)$	Modala koordinater	т

Indexering

1	Initialtillstånd, system
2	Sluttillstånd, system
atm	Atmosfärisk
avl	Avlagring
b	Behållare
cyl	Cylinder
ekv	Ekvivalens
i	Inner
kond	Ledning
konv	Konvektion
ledn	Ledning
т	Munstycke
0	Initial
rel	Relative
sond	Sonden
strål	Strålning

A.2 Fysikalika storheter

Stålsort S355j2H	Sondens diameter 0,0603 [m]		
Sondens tjocklek 0,0056 [m]	Sondens vikt 7,55 [kg/m]		
$\Psi = 0,685$	$p_b = 6bar$		
$R_{dryair} = 287,05J / kgK$	$p_{atm} = 1bar$		
$\chi = 1,4$	$p_m = p^* = 3,17bar$		
Re ≈ 1375	$\Omega \approx 32$		

Figur A.1 Data och givna fysikaliska storheter använd i simuleringar *Figure A.1* Data and given physical quantity used in simulations

Т	ρ.	Cp	$\lambda \cdot 10^2$	v-10 ⁶
[°C]	[kg/m³]	[kJ/kg·K]	[W/m·K]	[m ² /s]
0	1.295	1.042	2.28	12.20
100	0.950	1.068	3.13	21.54
200	0.748	1.097	4.01	32.80
300	0.617	1.122	4.84	45.81
400	0.525	1.151	5.70	60.38
500	0.457	1.185	6.56	76.30
600	0.405	1.214	7.42	93.61
700	0.363	1.239	8.27	112.1
800	0.330	1.264	9.15	131.8
900	0.301	1.290	10.00	152.5
1000	0.275	1.306	10.90	174.3
1100	0.257	1.323	11.75	197.1
1200	0.240	1.340	12.62	221.0
1300+	0.224	1.364	13.46	250.0
1400+	0.211	1.386	14.32	280.0
1500+	0.199	1.408	15.19	311.0

Tabell 2: Fysikaliska storheter för en rökgas² (ref 6)

Figur A.2 Fysikaliska storheter för rökgas använd i simulerings syfte [12] Figure A.2 Physical quantity for fumes used in simulations purpose [12]

B Teori kapitel 2

B.1 Generell funktion av anläggningar

I ett kraftvärmeverk utvinns värme och el genom förbränning i en ångpanna som hettar upp vatten till överhettad ånga, under högt tryck, ångan i sin tur driver en turbin som alstrar el. I processen finns det möjlighet att utnyttja restvärmen från vattenångan till uppvärmning i ett fjärrvärmenät. Till skillnad från kondenskraftverk tillverkas mindre el i ett kraftvärmeverk då ett kondenskraftverk endast tillverkar el. Ett värmeverk är däremot en produktionsanläggning som endast producerar varmt vatten till ett fjärrvärmenät. Fjärrvärmenätet är till för distribution av varmvatten till kunder. Fjärrvärmeverkets storlek är beroende på storleken av det eller de områden som behöver försörjning av varmt vatten, det betyder att hetvatten från pannan värmer fjärrvärmevattnet som i sin tur går till kunder eller också kan verket vara direkt kopplat till ett fjärrvärmenät i mindre områden där behovet av värmeväxlare är försumbart [4].

Vilket slags bränsle som nyttjas i anläggningarna sätter sina spår på överhettartuberna på olika sätt, det vill säga renare bränsle medför mindre stoftpartiklar på överhettartuberna medan mindre rent bränsle, såsom avfall, har motsatt effekt. Bränslet förvaras och transporteras på olika sätt till pannan beroende på bränslets form. De vanligaste energikällorna är olja, gas, kol, bioenergi, och avfall. Avfallet som används omfattas av särskilda regler vad gäller miljöaspekter, det vill säga det måste uppfylla vissa krav och bestämmelser enligt EU:s direktiv 2000/76 om förbränning av avfall.

B.2 Ångkraftcykel som en Carnot cykel

Teoretiskt kan ett kraftvärmeverk beskrivas som en Carnot cykel. I ett slutet system kan endast värme och arbete passera vilket kan visas i Figur 2.1.



Figur 2.1 Carnot cykel och principiell bild för ett kraftvärmeverk [5] Figure 2.1 Carnot cycle and fundamental picture of a power and heating plant[5]

En Carnot cykel är per definition en ideal ångkraftsmaskin. Många ogenomförbara associationer med Carnot cykeln kan elimineras genom överhettning och fullständig kondensering av ånga i en panna som visas schematiskt i Figur 2.2. Den ideala ångkraftverkscykeln innefattar inga irreversibla eller enkelriktade processer.



Figur 2.2Ideal Rankine cykel [5]Figure 2.2Ideal Rankine cycle [5]

I ett T-s diagram, alltså temperatur mot entropi, kan då varje steg rubriceras enligt:

- 1-2 Isentropisk kompression i pumpen: Vatten kommer i pumpen som mättad vätska och komprimeras isentropiskt, vilket innebär en så kallad reversibel adiabatisk process. En adiabatisk process är en termodynamisk process där ingen värme tillförs eller bortförs från en vätska, och om denna adiabatiska process är reversibel kallas den för en isentropisk process. Temperaturen ökar under denna isentropiska kompression enligt den ökning som sker i den specifika volymen av vatten. Det vertikala avståndet mellan tillstånd 1-2, i Figur 2.2 är extremt överdrivet eftersom vatten är kompressibelt och en Rankine cykel är ideal.
- 2-3 Isotermisk värmetillförsel i pannan: Isoterm är raka motsatsen till isentrop, med andra ord, en isotermisk process är en process i vilken så mycket värme som möjligt överförs till och från omgivningen och leder till att temperaturen hålls konstant. Komprimerat vatten leds till pannan i tillstånd 2 och lämnar pannan som överhettad ånga, i tillstånd 3, som har fått sin energi från förbränd gas under konstant tryck i pannan.
- **3-4 Isentropisk expansion, värmebortförsel i turbinen:** Överhettad ånga avger sitt energiinnehåll till turbinen där ångan expanderar isentropiskt och uträttar mekaniskt arbete som senare kan omvandlas till elektrisk energi. Ångan

kondenserar genom en kondensor under konstant tryck, med andra ord är kondensorn den värmeväxlare som skickar uppvärmt vatten till fjärrvärmenätet.

Slutligen kan nettoarbetet bestämmas med hjälp av skillnaden mellan arean av vägen under 2-3 och 4-1 under en cykel.

Den teoretiska Carnot cykeln, som antas vara ideal, och den cykel som förekommer i kraftvärmeverk är väldigt lika bortsett från vissa förluster i form av tryck och temperaturförluster i de olika stegen. Dessa förluster kan dock försummas eller kompenseras med en effektivitetsfaktor.

C Teori kapitel 3

C.1 Grundläggande strömningsteknik och värmeöverföring

I detta kapitel behandlas bland annat hur värmen överförs från pannan till överhettartuberna i ett värmekraftverk. Dessutom behandlas det aktuella problemet, det vill säga sonden i drift och hur den påverkas av miljön i pannan. Sonden skall i detta fall påvisa tillväxt av avlagringar under drift och för att ha förståelse för vilka fysikaliska fenomen som verkar på sonden skall den intresserade läsaren ha god förståelse för värmeöverföring, turbulent och laminärt flöde, Reynoldstalet samt vortexströmning.

C.2 Strömningsförhållandet mellan tryckluft och sond

Tryckluften ger en hastighet på den luft som lämnar behållaren via ett munstycke som i detta fall antas ha samma area som sondens munstycke (mynning). Senare kan tryckluften ledas till sondens mynning som i sin tur har för uppgift att kyla sonden i pannan. Nedan följer teorin för hur hög lufthastigheten kan bli i sonden med hänsyn till hastighetsvariation vid areaändringar [7]. När tvärsnittsarena i en kanal minskar, ökar hastigheten men vid överljudsströmning M>1 blir hastighetsändringen den motsatta. Ett konvergent munstycke, vilket är anslutet till en behållare med tryck och temperatur enligt bilden i Figur 3.1.





through the nozzle in a compressed air

Figur 3.2 åskådliggör beteckningarna som behandlas i denna rapport och hur de förhåller sig till varandra i sonden.



Figur 3.2 Beteckningar som används för beräkning av värmeövergångstalet Figure 3.2 Notations that is used in calculation of heat transfer coefficient

Omgivnings tryck p_{atm} (mottrycket) utanför behållaren och kvoten mellan p_{atm} / p_b benämns som tryckförhållande och har inverkan på strömningens utveckling. Om mottrycket p_{atm} är mindre än p^* blir mynningstrycket $p_m = p^*$ och resterande expansion från p^* till p_{atm} sker utan hastighetsökning utanför munstycket. Hastigheten i mynningen är lika hög som ljudhastigheten.

$$\frac{p_m}{p_b} = \frac{p^*}{p_b} = \left(\frac{2}{\chi+1}\right)^{\frac{\chi}{\chi-1}}$$
(3.1)

Om villkoret $(p_{atm} / p_b) \le (p^* / p_b)$ uppfylls, fås överljudhastighet i mynningen därmed skall Ekvation 3.2 tillämpas.

$$v_m = \sqrt{\frac{2\chi}{\chi + 1} R_{dryair} T_b}$$
(3.2)

Om villkoret $(p_{atm} / p_b) \ge (p^* / p_b)$ uppfylls, fås underljudhastighet i mynningen därmed skall Ekvation 3.2 tillämpas.

$$v_m = \sqrt{\frac{2\chi R_{dryair} T_b}{\chi - 1}} \left\{ 1 - \left(\frac{p_m}{p_b}\right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}} \right\}$$
(3.3)

Temperaturen i mynningen kommer till följd av trycksänkningen i munstycket att bli lägre än temperaturen i behållaren och kan beräknas ur sambandet:

$$T_m = T_b \left(\frac{p_m}{p_b}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}$$
(3.4)

Massflödet genom munstycket kan beräknas enligt:

$$\dot{m}_m = \frac{p_b}{\sqrt{RT_b}} A_m \Psi(\chi, \frac{p_{atm}}{p_b})$$
(3.5)

 Ψ är utströmningsfaktor som varierar med tryckförhållandet vid $\chi = 1,4$ för luft. Ψ kan bestämmas ur Figur 3.3. I fallet som visas i Figur 3.1 är trycket utanför behållaren p_{atm} , vilket betyder det atmosfäriska trycket. I annat fall ska det rådande trycket tas in i ekvationerna och även i Figur 3.3.



Figur 3.3 Utströmningsfaktor som varierar med tryckförhållandet vid $\chi = 1,4$

För luft [7] Figure 3.3 Stream factor that varies with p_{atm} / p_b (pressure condition) for $\chi = 1,4$ [7]

Flödet antas vara stationärt, alltså med hjälp av Ekvation 3.6 kan lufthastigheten i sonden beräknas. Är munstycket kort kan friktionsförlusten i det försummas. Ekvation 3.6 kan tillämpas så länge flödet anses vara stationärt. Ett stationärt flöde är ett flöde där variationerna är så små att det kan anses oföränderligt med tiden.

$$v_i = \frac{\rho_m v_m A_m}{\rho_i A_i} \tag{3.7}$$

Reynoldstal beskriver övergången från laminär till turbulent strömning som är beroende av många faktorer, bland annat geometri, ytans strävhet, fluidens hastighet, yttemperatur, och fluidtypen. Reynoldstal är kvoten mellan tröghetsmoment och viskösa krafter i fluiden.

$$\operatorname{Re}_{i} = \frac{v_{i}d}{v_{i}}$$
(3.8)

Rörströmning då $\operatorname{Re}_{d} \geq 2300$ antas vara turbulent och Nusselttalet för konstant väggtemperatur beräknas enligt Ekvation 3.9. Den kritiska längden beräknas enligt $L_{c} \cong 4, 4.d_{i}$. $\operatorname{Re}_{i}^{\frac{1}{6}}$. Om denna längd är mycket kortare än sondens längd antas turbulenta flödet att vara fullutbildat.

$$Nu_{i} = \frac{0,038 \operatorname{Re}_{i}^{\frac{3}{4}} \cdot \operatorname{Pr}}{1+1,5.\operatorname{Re}_{i}^{\frac{-1}{8}} \cdot \operatorname{Pr}^{\frac{-1}{6}} \cdot (\operatorname{Pr}-1)}$$
(3.9)

Värmeövergångskoefficienten är en funktion av såväl strömningsförhållandet som temperaturskillnaden mellan vägg och fluid. Värmeövergångskoefficienten beräknas för det mesta utgående från likformighetslagarna med hjälp av empiriska uttryck. Där Nusselttalet är en funktion av koordinater och flera dimensionslösa tal.

$$\alpha_i = \frac{\lambda_{h_{th} f_i} N u_i}{d_i} \tag{3.10}$$

C.3 Värmeöverföringsteorier

Värmeöverföring är läran om hur värmeenergi transporteras och de fysikaliska mekanismer som bestämmer värmeflöde och temperatur. Värmeenergi transporteras på tre olika sätt vilka kommer att diskuteras närmare här [5].

Figur 3.4 visar en schematisk bild på det fall som teorin baseras på, alltså en cylinder.



Figur 3.4Schematisk bild på värmeflödets riktning samt beteckningarFigure 3.4Schematic picture of heat flow direction and its notation

C.4 Ledning

Ledning kan ske i fast material, gas och vätska. Temperaturskillnaden är den drivande kraften, alltså överföring av termisk energi sker från material med hög temperatur till material med låg temperatur, så länge de är i kontakt med varandra. I fasta material är ledningen beroende av vibrationer i molekylstrukturen tillsammans med den energitransport som sker genom att fria elektroner vandrar över molekylstrukturen. För material i flytande form, som gas och vätska, sker ledning på grund av kollision och diffusion av molekyler under slumpmässiga rörelser. Fouriers lag om värmeledning för värmeöverföring genom cylindriska lager kan uttryckas enligt följande.

$$\overset{\bullet}{Q}_{kond,cyl} = -\lambda_j A \frac{dT}{dr}$$
(3.11)

Där $Q_{kond,cyl}$ är värmeflöde per tidsenhet, $A = 2\pi rL$ är värmeöverförande yta normal till riktningen på värmeflödet, λ är värmekonduktiviteten för materialet och dT/dr är temperaturgradienten längs värmeflödets väg. Ekvation 3.11 beskriver relationen mellan värmeflödet i en riktning och är proportionell mot temperaturgradienten i denna riktning. Värmeledning äger rum i den riktning där minskning av temperatur sker och följden blir den att temperaturgradienten tar negativt tecken då temperaturen minskar, med ökad radie, eller rättare sagt så är lutningen på temperaturgradienten negativ och därför sätts ett negativ tecken framför uttrycket.

C.5 Konvektion

Konvektion är värmeöverföring mellan en solid och en strömmande fluid, i flytande form eller i gasform. Vid konvektion är det de kombinerade effekterna av ledning och fluidrörelser som transporterar energin. Faktum är att ju snabbare en fluid rör sig desto större blir värmeöverföringen. Denna effekt är märkbar när en individ befinner sig ute i naturen och det blåser i det ena fallet men är vindstilla i det andra och temperaturen i båda fallen är lika stor. Individen kommer då att uppleva det betydligt kallare i första fallet.

I frånvaro av fluid rörelse sker värmeöverföring mellan solid och närliggande fluid endast genom ledning.

Det finns två typer av konvektion, fri även kallad naturlig konvektion eller påtvingad konvektion. Naturlig konvektion sker när luften strömmar på grund av densitetsskillnader uppkomna genom temperaturskillnader, medan påtvingad konvektion sker när värme, luft eller vätska är tvingad över en yta med hjälp ett medel som en pump eller en fläkt. Värmeöverföring på grund av påtvingad konvektion är betydligt högre än naturlig konvektion.

$$\dot{Q}_{konv} = \alpha_y A (T_{\infty} - T_s)$$
(3.12)

Där α_y är värmeövergångstalet, T_s är ytans temperatur och T_{∞} är fluidens temperatur. Övriga beteckningar som area och värmeflöde är definierade enligt tidigare. Värdet på värmeövergångstalet α_y är en experimentellt framtagen parameter och dess värde beror på alla inblandade variabler som påverkar konvektionen såväl som ytans geometri, beteendet hos fluiden, egenskapen hos fluiden och fluidens hastighet.

C.6 Strålning

Strålning är energiemission genom materia i form av elektromagnetiska vågor eller fotoner som en följd av ändringar i elektronkonfigurationen i atomer och molekyler. Den energimängd som utstrålas beror starkt på kroppens absoluta temperatur men även på emissivitetstalet som är en materialparameter. Alla kroppar som har en temperatur över absoluta nollpunkten emitterar strålning. Till skillnad från konvektion och ledning kräver strålning inget medium för att värmeöverföring ska kunna ske.

Enligt Stefan Boltzmanns lag kan värmeutbytet mellan två kroppar skrivas som:

$$Q_{strål}^{\bullet} = \varepsilon \sigma A \left(T_{\infty}^{4} - T_{s}^{4} \right)$$
(3.13)

Där ε är emissiviteten en funktion av ytans temperatur och våglängden som ligger mellan $0 < \varepsilon < 1$ vilket är ett mått på hur nära en yta kan approximeras med en svart kropp, σ är Stefan-Boltzmanns konstant. Övriga beteckningar är enligt tidigare definitioner.

(1)Värmetillförsel till sonden kan nu utvecklas enligt följande uttryck i Ekvation 3.14-3.30.

$$\dot{Q}_{ledn} = -\lambda_j A \frac{dT}{dr} = \frac{T_s - T_{vagg}}{R_{ledn}}$$
(3.14)

Den termiska resistansen av sondens vägg mot värmeledningen beror på geometri och termiska egenskaper hos mediet. Värmeöverföring är i analogi med strömflöde i en koppartråd. Där kan värmeledningsresistans uttryckas enligt Ekvation 3.15 och när avlagring belägger sonden skall ytterligare en term adderas på grund av avlagringens tjocklek i denna serie av värmeledningsresistans.

$$R_{ledn,sond} = \sum_{j} \frac{\ln\left(\frac{R_{y}}{R_{i}}\right)}{2\pi L \lambda_{j}}$$
(3.15)

$$\overset{\bullet}{\mathcal{Q}}_{konv} = \alpha_{y} A(T_{\infty} - T_{s}) = \frac{T_{\infty} - T_{s}}{R_{y_{konv}}}$$
(3.16)

Där termiska resistansen mot värmekonvektion kan uttryckas enligt Ekvation 3.17 och lägg märke till att när värmeövergångstalet blir stort så går konvektionsresistansen mot noll och temperaturen i sondens vägg blir lika stor som omgivningstemperaturen.

$$R_{y_{konv}} = \frac{1}{\alpha_y A}$$
(3.17)

$$\alpha_{y} = \frac{Nu_{d} \lambda_{avgas}}{d_{y}}$$
(3.18)

Vid en vinkelrätt anströmmad cylinder kan medelvärdet av Nusselttalet beräknas enligt Ekvation 3.19. Värdena på konstanterna i ekvationen som är direkt beroende av Reynoldstalet kan avläsas i Tabell 3.1.

$$Nu_{d} = 0.045 + C \operatorname{Re}_{d}^{n} pr^{\frac{1}{3}}$$
(3.19)

$$\operatorname{Re}_{d} = \frac{v_{\infty}d_{y}}{v_{\infty}}$$
(3.20)

Tabell 3.1 visar huruvida konstanterna är beroende av Reynoldstalet och som används vid beräkning av Nusselttalets.

Re _d	С	n
$1 - 4 \cdot 10^3$	0,53	0,5
$4 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$	0,193	0,618
$4 \cdot 0^4 - 4 \cdot 10^5$	0,0265	0,805

Tabell 3.1 Empiriska konstanter för Nusselttalet Table 3.1 Empirical constants for Nusselt number

$$Q_{strål} = \alpha_{strål} A(T_{\infty} - T_s) = \frac{T_{\infty} - T_s}{R_{strål}}$$
(3.21)

där

$$R_{strål} = \frac{1}{\alpha_{strål} \cdot A}$$
(3.22)

Linjäriserad strålnings värmekoefficient enligt Ekvation 3.23.

$$\alpha_{strål} = \sigma \varepsilon_{12} \frac{(T_{\infty}^4 - T_f^4)}{(T_{\infty} - T_f)}$$
(3.23)

Där T_f är en vägning mellan T_s och temperaturen inne i sonden.

$$T_{f} = \frac{\frac{T_{m} + T_{i}}{2} + T_{s}}{2}$$
(3.24)

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{sond/avl}} + \frac{A}{A_{\infty}} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$
(3.25)

Ekvation 3.25 visar att $A/A_{\infty} \rightarrow 0$ eftersom arean av omgivande väggar är mycket större än sondens/avlagringens mantelarea då Ekvation 3.25 får den enkla formen enligt följande uttryck $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{sond/avl}$.

Den sammanlagda energitillförseln från pannan till sonden enligt Ekvation 3.26 kan uttryckas enligt:

$$\dot{Q}_{1} = \dot{Q}_{equiv} + \dot{Q}_{ledn} = \frac{T_{\infty} - T_{vägg}}{R_{total}}$$
(3.26)

där

$$\dot{Q}_{equiv} = \frac{T_{\infty} - T_s}{R_{ekv}}$$
(3.27)

Eftersom strålning och konvektion verkar samtidigt i pannan med antagandet att temperaturen i pannans väggar är lika stor som omgivningens temperatur, kan dessa betraktas som parallellkopplade. Därefter kan den ekvivalenta resistansen R_{ekv} fås ur resistansen för $R_{strål}$ och R_{konv} .

$$\frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_{strål}} + \frac{1}{R_{y_{konv}}}$$
(3.28)

Total termisk resistans kan enkelt adderas ihop enligt Ekvation 3.29.

$$R_{total} = R_{ledn} + R_{ekv} \tag{3.29}$$

Sondens mantelarea är beroende på hur tjock avlagring som belagt sonden. Om inte någon avlagring uppstått skall sondens radie användas.

$$A = 2\pi L R_y \tag{3.30}$$

(2) Ökning av inre energi hos sonden kan beräknas enligt Ekvation 3.31 som i själva verket kyler ner sonden med tryckluft för att bibehålla materialegenskapsparametrar, till exempel elasticitetsmodulen då temperaturen i pannan är hög. Värmeövergångstalet tillkommer i följande uttryck som beräknats tidigare i Ekvation 3.10.

$$\dot{Q}_{2} = \alpha_{i} A_{i} (T_{vagg} - T_{i}) = \frac{T_{vagg} - T_{i}}{R_{i_{konv}}}$$
(3.31)

$$R_{i_konv} = \frac{1}{\alpha_i A_i} \tag{3.32}$$

Genom att sätta Ekvation 3.26 lika med Ekvation 3.31 fås följande jämviktsekvation enligt Ekvation 3.33.

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 \tag{3.33}$$

$$T_{v\ddot{a}gg} = \frac{1}{R_{total} + R_{i_konv}} (T_{\infty}R_{i_konv} + T_{i}R_{total})$$
(3.34)

D Teori kapitel 4

Friläggning av ett balkelement visas i Figur 4.2. Balkteori som involverar antagandet att rotationen av elementen i Figur 4.2 är liten jämfört med translationen och därför försumbar dessutom är skjuvningen försumbar jämfört med böjningen. Teorin gäller då kvoten mellan längden och djupet är stor, cirka 10, och om balken inte blir för vek under böjningen.



Figur 4.2Friläggning av ett balkelementFigure 4.2Free body diagram for a beam element

Från Figur 4.2 och Newtons andra lag ger kraftjämvikt i vertikalt led med hjälp av Ekvation 4.1.

$$\left[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx\right] - Q(x,t) + f(x,t)dx = m(x)dx\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \ ; \ 0 < x < L$$
(4.1)

Antagandet att produkten av massmoment av tröghetsmomenten av elementen och vinkel accelerationen är försumbar, kan momentekvationen, normal till x och y genom medellinjen av tvärsnittsaren, skrivas enligt följande uttryck.

$$\left[M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx\right] - M(x,t) + \left[Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}dx\right]dx + f(x,t)dx\frac{dx}{2} = 0$$
(4.2)
där

0 < x < L

Genom att ignorera högre ordningens term i dx kan momentekvationen i Ekvation 4.2 förenklas enligt följande uttryck.

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} + Q(x,t) = 0 \quad \text{för} \qquad \qquad 0 < x < L \tag{4.3}$$

Stryker man ut lämpliga termer och dividerar med dx och använder Ekvation 4.3 leder det till att Ekvation 4.1 kan skrivas enligt.

$$-\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = m(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \qquad \qquad 0 < x < L$$
(4.4)

Ekvationen 4.4 relaterar till böjmoment M(x,t) och transversala kraftdensiteten f(x,t) till förskjutningen y(x,t). Relation från materialmekanik enligt Ekvation 4.5 kan användas för att lösa ut y(x,t) och f(x,t).

$$M(x,t) = EI(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$$
(4.5)

Genom att använda Ekvation 4.3 kan tvärkrafterna bli relaterade till böjförskjutningen enligt följande uttryck.

$$Q(x,t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right]$$
(4.6)

Till slut leder en kombination av Ekvation 4.5 och Ekvation 4.6 till den partiella differentiella ekvationen för böjsvängningar av en balk som är en fjärde ordningens ekvation.

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$
(4.7)

Precis som ett diskret system med en synkron balkrörelse det vill säga alla punkter på balken verkställer samma rörelse i tiden och passerar genom jämvikten samtidigt och når sitt maximum. Detta innebär att under synkron rörelse visar balken en viss unik profil eller allmän form som inte ändras med tiden men amplituden antar nya värden. En lösning till randvärdeproblemet är separerbar i spatial variabel x och t enligt nedan. Där Y(x) beskriver formen av en balk och F(t) amplituden av profilen som varierar med tiden t. Separation av variabler ger [9].

$$y(x,t) = Y(x)F(t) \tag{4.8}$$

Ansatsen i Ekvation 4.8 i Ekvation 4.7 leder till Ekvation 4.9 som i sin västerled är en funktion av x och höger led av t. För att ansatsen 4.8 skall kunna vara en lösning av Ekvation 4.7, skall Ekvation 4.9 vara konstant i båda leden.

$$-\frac{1}{m(x)Y(x)}\frac{d^2}{dx^2}\left[EI(x)\frac{d^2Y(x)}{dx^2}\right] = \frac{1}{F(t)}\frac{d^2F(t)}{dt^2}$$
(4.9)

Ekvation 4.8 kan på enklare form skrivas enligt uttrycket nedan.

$$\frac{EIY^4(x)}{mY(x)} = -\frac{F(t)}{F(t)} = \lambda$$
(4.10)

Där $\lambda = \omega^2$

Om λ är positiv är rötterna reella, det vill säga en positiv och en negativ rot, så att F(t)är summan av två exponentiella termer, en divergerande och en konvergerande. Men den divergerande lösningen är inkonsekvent med små oscillationer, därför måste λ vara negativ.

D.1 Modellering av sond som fast inspänd balk

Sonden i detta problem kan modelleras som en fast inspänd balk i ena änden, det vill säga varken förskjutning i X eller i Y-led enligt Figur 4.3. Balken får möjlighet att svänga fritt i högra änden. Balken antar fjärde ordningens differentiella ekvation för böjsvängningar enligt tidigare härledning i Kapitel 4.



Figur 4.3 Fast inspänd balk fast vid X = 0 utan externa krafter Figure 4.3 Cantilever beam clamped at X = 0 without external forces

Syftet är att lösa egenvärdesproblemet för en fast inspänd balk utan några yttre krafter och ta fram de första egenmoderna genom att använda teorin i Kapitel 4 för böjsvängning enligt Ekvation 4.9.

$$\frac{d^{4}Y(x)}{dx^{4}} - \beta^{4}Y(x) = 0 \qquad \qquad 0 < x < L \qquad (4.11)$$
$$\beta^{4} = \frac{\omega^{2}m}{EI} \qquad \qquad (4.12)$$

För att kunna komplettera uttrycket av ett randvärdesproblem skall två randvillkor upprättas vid varje ände av balken. På den fast inspända änden är utböjning och lutning av utböjningen lika med noll och tillsammans är de så kallade geometriska randvillkor.

$$Y(x) = 0$$
 och $\frac{\partial Y(x)}{\partial x} = 0$ För $x = 0$ (4.13)

Det återstår att ta fram de naturliga randvillkoren på fria änden som kan tecknas enligt Ekvation 4.14 och som gör skäl för att moment och tvärkraft blir lika med noll.

$$\frac{\partial^2 Y(x)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{Och} \quad \frac{\partial^3 Y(x)}{\partial x^3} = 0 \qquad \text{För } x = L \tag{4.14}$$

Den allmänna lösningen ges av ekvationen nedan.

$$Y(x) = A\sin\beta x + B\cos\beta x + C\sinh\beta x + D\cosh\beta x$$
(4.15)

RV1 ger

$$Y(0) = 0 \Rightarrow D = -B$$
 Och $\frac{\partial Y(0)}{\partial x} = 0 \Rightarrow C = -A$ (4.16)

där

$$\sinh \beta x = \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2}$$
$$\cosh \beta x = \frac{e^{\beta x} + e^{-\beta x}}{2}$$
$$och$$
$$\cosh^2 \beta x - \sinh^2 \beta x = 1$$
$$\cos^2 \beta x + \sin^2 \beta x = 1$$

RV2 ger

$$\frac{\partial^2 Y(L)}{\partial x^2} = -A\beta^2 \sin\beta L - B\beta^2 \cos\beta L + C\beta^2 \sinh\beta L + D\beta^2 \cosh\beta L = 0$$
(4.17)

$$\frac{\partial^3 Y(L)}{\partial x^3} = -A\beta^3 \cos\beta L + B\beta^3 \sin\beta L + C\beta^3 \cosh\beta L + D\beta^3 \sinh L = 0$$
(4.18)

Lösning av ekvationen Ekvation 4.17 och Ekvation 4.18 ger.

$$A = -C \& B = -D$$
(4.19)

$$B = -\frac{\sin\beta L + \sinh\beta L}{\cos\beta L + \cosh\beta L}A$$
(4.20)

(4.17),(4.18) tillsammans med (4.19) ger.

$$(-\sinh\beta L - \sin\beta L).\beta^2 A - (\cosh\beta L + \cos\beta L)\beta^2 B = 0$$
(4.21)

$$(-\cosh\beta L - \cos\beta L).\beta^2 A - (\sinh\beta L - \sin\beta L).\beta^2 B = 0$$
(4.22)

$$\therefore A \& B \neq 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\det \begin{vmatrix} -(\sinh\beta L + \sin\beta L) & -(\cosh\beta L + \cos\beta L) \\ -(\cosh\beta L + \cos\beta L) & -(\sinh\beta L - \sin\beta L) \end{vmatrix} = 0$$
(4.23)

Utveckling av Ekvationen (4.23) ger Ekvation (4.24) som kan lösas numeriskt med hjälp av lämpligt program till exempel MatLab och kan betraktas under Kapitel 6.

$$-1 - \cosh\beta L \cos\beta L = 0 \tag{4.24}$$

Slutligen kan egenfunktionen eller egenmoden skrivas enligt följande uttryck och talar om hur strukturen beter sig med olika egenvinkelfrekvenser. Det är i själva verket Ekvation 4.25 som ger den så kallade modalekvationen.

$$Y_r(x) = A_r \left[\sin \beta_r x - \sinh \beta_r x - \frac{\sin \beta_r L + \sinh \beta_r L}{\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L} \cdot (\cos \beta_r x - \cosh \beta_r x) \right]$$
(4.25)
$$r = 1, 2, \dots$$

där

$$A_r = -\frac{\cos\beta L + \cosh\beta L}{\sin\beta L + \sinh\beta L}$$
 För $B = 1$ Och $r = 1, 2,$

$$\beta_1^4 = \left(\frac{1,875}{L}\right)^4 = \frac{m\omega^2}{EI}$$
(4.26)

$$\beta_2^4 = \left(\frac{4,694}{L}\right)^4 = \frac{m\omega^2}{EI} \tag{4.27}$$

$$\beta_3^4 = (\frac{7,855}{L})^4 = \frac{m\omega^2}{EI}$$
(4.28)

Där Ekvationerna 4.29-4.31 visar de tre första egenvinkelfrekvenserna som uppstår på grund av egenmassa, elasticitetsmodul, tröghetsmoment och längd av balken.

VÄRMEFORSK

$$\omega_1 = 3,516.\sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$
 (4.29)

$$\omega_2 = 22,035.\sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$
 (4.30)

$$\omega_3 = 61,697.\sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$
(4.31)

D.2 Respons av externa excitationer

Detta kapitel har i syfte att knyta an respons av externa excitationer med de krafter som uppstår på grund av strömning i en panna. Teorin som används för framtagning av externa excitationer bygger på ett distribuerat parametersystem.

I ett distribuerat parametersystem gör att vibrationskaraktäristiken skiljer sig mer framträdande än i karaktäristiken hos systemet. På grund av denna skillnad i framträdande när det gäller respons av externa excitationer, är det ytterst viktigt att ta fram uttryck för responsen genom ett specifikt konservativt vibrationssystem. Med viss modifiering, kan samma utveckling av konservativa vibrationssystemet bli användbara för alla system i dessa kategorier [9].

Ett konservativt vibrationssystem är ett system som varken dissiperar energi eller vinner energi. Systemet är endast beroende av position och inte av till exempel fart eller tid. Arbetet mellan två punkter som är oberoende av vilken väg som väljs mellan punkterna och därmed leder till att arbetet kring en sluten kurva är lika med noll. Nedan följer en bild som förklarar detta fenomen på lite enklare sätt.

$$P_D = \left(P_D\right)_{tryck} + \left(P_D\right)_{friktion} \tag{4.32}$$

Där $(P_D)_{tryck}$ är en funktion av trycket medan $(P_D)_{friktion}$ är en funktion av skjuvspänningar som uppstår på grund av luftflöde som bildar spänningar mellan luft och vägg. Figur 4.6 hjälper att bilda en uppfattning om hur tangentialkrafterna och tryckkrafterna beror på geometrin i en skala från 0 till 100.

		$(P_D)_{pyck}$	$(P_D)_{friktion}$
		0	100
ν _∞ →		100	0
	\bigcirc	90	10

Figur 4.6 En schematisk bild för mellan tryck och friktions krafter Figure 4.6 A schematic picture between pressure and frictions forces

För kroppar som är anströmmade i tvärsnittsriktningen och är relativ korta i denna riktning, är bidraget från tangentialkrafterna ytterst små så att de kan med gott samvete approximeras bort. Allteftersom P_D beräknas för en cylinder då är den tryckkraft framöver det vill säga $P_D \approx (P_D)_{tryck}$.

$$P_D = C_D(\text{Re})A_{rel}\rho \frac{v^2}{2}$$
(4.33)

Motståndskoefficienten C_D som är en funktion av Reynoldstalet och för varje form experimentellt bestämt värde och A_{rel} är den relativa kroppens största tvärsnittsarea vinkelrät mot strömningsriktningen.


Figur 4.7 Strömning kring en oändligt lång cylinder vid Re = 1 *Figure 4.7 Flow around an infinitely long cylinder for* Re = 1



Figur 4.8 Strömning en kring oändligt lång cylinder vid Re = 20*Figure 4.8* Flow around an infinitely long cylinder for Re = 20

Virvlarna, som följer med strömningen har ett alternerande avlösningsbeteende som äger rum periodiskt se Figur 4.9, kallas för von Kármans virvelgata och påverkar strömningen under en sträcka av strömningen.



Figur 4.9 Strömning kring oändligt lång cylinder vid Re = 1000 *Figure 4.9 Flow around an infinitely long cylinder for* Re = 1000

Den frekvens som uppkommer på grund av virvelgatan eller vortex kan beräknas med hjälp av Strouhalstal enligt följande uttryck:

$$S = \frac{f.d}{v} \tag{4.34}$$

Där f är den svängningsfrekvens som fås på grund av Strouhalstalet S som är en funktion av Reynoldstalet. Se Figur 4.9 där Strouhalstalet som funktion av Reynoldstalet kan betraktas. Virvlarna i sig växelverkar med varandra och under vissa omständigheter blir deras hastighet lägre än den strömning som orsakade virvlarna. Strouhals tal är konstant för $10^3 < \text{Re} < 10^5$ med ett värde på ca 0,2 vilket ger $v_{\nu} = 0,86\nu$ där v_{ν} är virvlarnas fortplantningshastighet. l är avståndet mellan virvlarna och kan beräknas med frekvensen och virvlarnas hastighet enligt Ekvation 4.35

$$l = v_v T = 0.86v \frac{1}{f} = 0.86v \frac{d}{0.2v} = 4.3d$$
(4.35)

Ekvation 4.35 bevisar att avståndet är proportionellt mot diametern men oberoende av strömhastigheten. Den oscillerande tvärkraften P_T :s maximala värde kan för $10^3 < \text{Re} < 10^5$ beräknas enligt följande Ekvation 4.36.

$$P_T = 3.4\rho \frac{v^2}{2}d$$
 (4.36)

En viktig aspekt i detta är att om cylindern börjar svänga i sidled, då ökar den effektiva diametern enligt Ekvation 4.37 med dubbla värdet av svängnings amplitud där a i ekvationen är en konstant. En ökning av effektiv diameter leder till en minskning av frekvensen men däremot en ökning av tvärkraften i Ekvation 4.36.

$$d_{eff} = d + 2a \tag{4.37}$$

För större värde på Reynoldstalet än $10^3 < \text{Re} < 10^5$ blir då gränslagret laminär på cylinderns uppströmsida och avlösning inträffar i en punkt som ligger ca 80° från strömningsriktningen vilket leder till lägre motståndskoefficient på grund av den tidiga separationen. För mycket höga Reynoldstal, nämligen högre än det nämnda intervallet gränslagret på cylinderns framsida blir turbulent vilket leder till en förskjutning av separations punkten till ca 60° från strömningsriktningen som resulterar i en real minskning av motståndskoefficienten. Det Reynoldstal som förorsakar detta fenomen kallas för kritiska Reynoldstalet och ligger på ca $\text{Re} = 2.10^5$.

$$\Omega = 2\pi \cdot f \tag{4.38}$$

Där Ω är den exciterade vinkelfrekvensen från inducerade strömning. Frekvensen som fås i detta kapitel kommer att användas i nästa kapitel som den exciterade frekvensen och därefter omvandlas till egenvinkelfrekvens. Detta görs med hjälp av Ekvation 4.38 ovan, närmare bestämt som den exciterade vinkelfrekvensen.

D.3 För att kunna uttrycka responsen av ett system, måste modalanalys och randvärdeproblem användas. Lösningsmetodik för externa krafter för fast inspänd balk

Vibrationskaraktäristik är detsamma för distribuerade parametersystem men det skiljer i framträdande enligt Kapitel 4.2 och på grund av dessa skiljaktigheter är det viktigt att uttrycket för responsen hämtas genom ett konservativt vibrationssystem och lite modifieringar av uttrycket som kan anpassas till varje aktuellt fall [9].

Från kapitel 4.1 har randvillkoren härletts för en fast inspänd balk, enligt Figur 4.3, där randvillkoren finns definierade och kan studeras i föregående kapitel. Respons från systemet kan inte analyseras förrän modalanalys gjorts och randvärdesproblemet är framtaget. Dessa ger egenvinkelfrekvens och egensvängningsmod, se Ekvation 4.25.

Ortogonalitetsvillkor måste vara uppfyllt för egenfunktioner vilket verifieras med hjälp av Ekvation 4.39 och Ekvation 4.40 enligt följande uttryck.

$$\int_{0}^{L} m(x)Y_{r}(x)Y_{s}(x)dx = \delta_{rs} \qquad r, s = 1, 2...$$
(4.39)

$$\int_{0}^{L} Y_{s}(x) \frac{d}{dx^{2}} \left[EI(x) \frac{d^{2} Y_{r}(x)}{dx^{2}} \right] dx = \omega_{r}^{2} \delta_{rs} \qquad r, s = 1, 2...$$
(4.40)

För att kunna lösa fjärde differential ekvationen för böjsvängning med yttre laster eller exciterade krafter, skall en lämplig lösningsansats antas enligt följande:

$$y(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} Y_r(x)\eta_r(t)$$
(4.41)

Där $\eta_r(t)$ för (r = 1, 2...)är modala koordinater. Vidare skall Ekvation 4.41 sättas in i Ekvation 4.7 och multipliceras med $Y_s(x)$ och integreras över längden av en balk. Ta i

betraktande Ekvationerna 4.39 och 4.40 fås den oberoende modalekvationen enligt följande som kan ses i Ekvation 4.42.

$$\eta_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) = N_r(t) \qquad r = 1, 2, ..$$
(4.42)

Där $N_r(t)$ är enligt följande uttryck i Ekvation 4.43 och beskriver modala krafter. Ekvation 4.42 påminner om den modala ekvationen för diskreta system och därför är det möjligt att följa modellen för diskreta system för att kunna lösa det.

$$N_r(t) = \int_0^L Y_r(x) f(x,t) dx \qquad r = 1,2,..$$
(4.43)

Med det antagandet att excitationen är harmonisk och kan uttryckas i form av Ekvation 4.43 kan exciterade kraften skrivas enligt följande. Där Ω har tidigare bestämts med hjälp av Ekvation 4.38 och F(x) är excitationsamplitudfunktionen.

$$f(x,t) = F(x)\cos\Omega t \tag{4.44}$$

Genom att sätta in Ekvation 4.44 i Ekvation 4.45 erhålls följande uttryck.

$$N_r(t) = \left[\int_0^L Y_r(x)F(x)dx\right]\cos\Omega t = F_r\cos\Omega t \qquad r = 1,2,..$$
(4.45)

Där F_r kallas för modala kraftamplituden. Genom att insätta Ekvation 4.45 i Ekvation 4.42 erhålls steady-state harmonisk respons.

$$\eta_r(t) = \left[\frac{F_r}{\omega^2 - \Omega^2} Y_r(x)\right] \cos \Omega t \tag{4.46}$$

Där ω är egenvinkelfrekvensen och Ω är den exciterade vinkelfrekvensen.

Ekvation 4.46 insatt i Ekvation 4.43 ger steady-state harmoniska responsen som följer.

$$y(x,t) = \left[\sum_{r=1}^{\infty} \frac{F_r}{\omega^2 - \Omega^2} Y_r(x)\right] \cos \Omega t$$
(4.47)

En slutsats som kan dras av Ekvation 4.47 är att om excitationsfrekvensen närmar sig någon av de naturliga egenvinkelfrekvenserna, kommer systemet exciteras till en resonanssvängning. I vissa fall, då dämpningen är tillräckligt liten, kan det leda till nivåer som kan orsaka ett utmattningsarbete. Detta beteende är liknande det i det diskreta systemet under det att diskreta och distribuerade system bildar två olika modeller. Så länge de representerar konservativa system, är dessa beteende analoga med varandra. Det är väsentligt att ta fram uttryck för den godtyckliga externa excitationen f(x,t) och den modala kraften $N_r(t)$ så att den modala förskjutningen, genom att lösa Ekvation 4.42, kan bli uttryckt i form av en konvolutions integral [9].

$$\eta_r(t) = \frac{1}{\omega_r} \int_0^t N_r(t-\tau) \sin(\omega_r \tau) d\tau$$
(4.48)

Slutligen kan Ekvation 4.41 tillämpas och responsen av distribuerade system till vilken som helst excitation sätts in i följande uttryck.

$$y(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Y_r(x)}{\omega_r} \int_0^t N_r(t-\tau) \sin(\omega_r \tau) d\tau$$
(4.49)

En tillämpning av Ekvation 4.49 kan resultera i ekvationen nedan som visar att om någon av egenvinkelfrekvenserna och den exciterade frekvensen närmar sig varandra exploderar responsen och går mot oändligheten, närmare bestämt uppstår resonans i systemet. Däremot är den exciterade frekvensen tillåten att ha ett intervall mellan egenvinkelfrekvenserna, det vill säga överstiga eller understiga vilken som helst av vinkelfrekvenserna.

Antag att $F(x) = F_0$ är konstant och sätt den i Ekvation 4.44 och med hjälp av Ekvation 4.45 fås då följande uttryck:

$$N_r(t) = \frac{F_r A_r}{\beta_r} \left[2 - \left(\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L \right) - \frac{\sin^2 \beta_r L - \sinh^2 \beta_r L}{\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L} \right] \cos \Omega t$$
(4.50)

där r = 1,2,... $A_r = -\frac{\cos\beta L + \cosh\beta L}{\sin\beta L + \sinh\beta L}$

för B = 1. Och β_r enligt Ekvation 4.26-4.28 som kan enkelt skrivas som följande uttryck i Ekvation 4.51

$$N_r(t) = C_r \cos \Omega t \tag{4.51}$$

där

$$C_r = \frac{F_r A_r}{\beta_r} \left[2 - \left(\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L \right) - \frac{\sin^2 \beta_r L - \sinh^2 \beta_r L}{\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L} \right]$$
(4.52)

$$F_0 = P_D = C_D A_{rel} \rho \frac{v^2}{2}$$
(4.53)

Ekvationerna 4.51, 4.52 och 4.53 och att $F(x) = F_0$ sätts in i nedanstående ekvation ger den slutgiltiga exciterade responsen.

$$y(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Y_r(x)}{\omega_r} C_r \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\omega_r^2}{\Omega^2}\right)} \left\{ \frac{1}{2\pi} \sin 2\Omega t \sin \omega_r t + \frac{\omega_r}{\Omega^2} \sin^2 \Omega t \cos \omega_r t - \frac{1}{2\Omega} \sin 2\Omega t \sin \omega_r t \right\} \right]$$
(4.54)

D.4 Modellering av en sond som en fritt upplagd – fri balk

Den analytiska beräkningen av egenvinkelfrekvenserna vid böjsvängning för en balk med konstant längd L, böjstyvhet EI och konstant massbeläggning m. Sonden i detta problem kan modelleras som en balk som är fritt upplagd i x = 0 och fri i x = L enligt Figur 4.10.



Figur 4.10 Fritt upplagd–fri balk Figure 4.10 Pinned beam at X = 0

Differentialekvation för en böjsvängande balk enligt Ekvation 4.55.

$$\frac{d^{4}Y(x)}{dx^{4}} - \beta^{4}Y(x) = 0 \qquad 0 < x < L \qquad (4.55)$$

$$\beta^{4} = \frac{\omega^{2}m}{EI} \qquad (4.56)$$

Den allmänna lösningen ges av ekvationen nedan.

$$Y(x) = A\sin\beta x + B\cos\beta x + C\sinh\beta x + D\cosh\beta x$$
(4,57)

Med hjälp av randvillkor RV1 bestäms konstanterna A till D

RV1: Eftersom balken är fastinspänd i x led kommer förskjutning i den övre änden bli noll, det vill säga vid x = 0.

$$Y(x = 0) = Y(0) = 0$$

A sin \beta 0 + B cos \beta 0 + C sinh \beta 0 + D cosh \beta 0 = 0 (4.58)

Härav fås

$$B + D = 0 \tag{4.59}$$

RV2: Moment vid övre änden är noll det vill säga vid x = 0.

$$\frac{\partial^2 Y(x=0)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Y(0)}{\partial x^2} = 0$$

$$\beta^2 \left[-A\sin\beta 0 - B\cos\beta 0 + C\sinh\beta 0 + D\cosh\beta 0 \right] = 0$$
(4.60)

Härav fås

$$-B + D = 0 \tag{4.61}$$

Sambanden 4.60 och 4.61 formar en systemekvation som ger.

$$B = D = 0 \tag{4.62}$$

RV3: Moment vid änden av balken är noll det vill säga vid x = L.

$$\frac{\partial^2 Y(x=L)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Y(L)}{\partial x^2} = 0$$
(4.63)

$$\beta^{2} \left[-A\sin\beta L + C\sinh\beta L \right] = 0 \tag{4.64}$$

RV4: Tvärkraft vid änden av balken är noll det vill säga vid x = L (balken är fri att röra sig i Y-led).

$$\frac{\partial^3 Y(x=L)}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 Y(L)}{\partial x^3} = 0$$
(4.65)

$$\beta^{3} \left[-A\cos\beta L + C\cosh\beta L \right] = 0 \tag{4.66}$$

Med hjälp av de fyra randvillkoren vilka gav de fyra Ekvationerna 4.59-4.66. Ekvationssystemet 4.63 och 4.66 kan skrivas på matrisform enligt följande uttryck:

$$\begin{vmatrix} -\sin\beta L & \sinh\beta L \\ -\cos\beta L & \cosh\beta L \end{matrix} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.67)

Beräkning av frekvensekvationen kan ske genom att sätta systemdeterminanten till noll som ges av Ekvation 4.68.

$$\det \begin{vmatrix} -\sin\beta L & \sinh\beta L \\ -\cos\beta L & \cosh\beta L \end{vmatrix} = 0$$
(4.68)

Utveckling av Ekvationen 4.68 ger Ekvation 4.69 som kan lösas numeriskt med hjälp av lämpligt program till exempel MatLab.

$$-\sin\beta L\cosh\beta L + \cos\beta L\sinh\beta L = 0 \tag{4.69}$$

Slutligen kan egenfunktionen skrivas enligt följande uttryck.

$$Y_r(x) = A_r \left[\sin \beta_r x + \frac{\sin \beta_r L}{\sinh \beta_r L} \sinh \beta_r x \right] \qquad r = 1, 2, \dots$$
(4.70)

där

$$A_r = \frac{\sinh \beta_r L}{\sin \beta L} \text{ for } C = 1.$$
(4.71)

Ekvation 4.72 är rötterna (egenvärdena) till ekvation 4.69

$$\beta_1 L = 3,927 \ \beta_2 L = 7,069 \ \beta_3 L = 10,210$$

Ekvation 4.70 kan skrivas approximativt som $\beta_n L = (n+1/4)\pi$ där n = 1,2,3,... och eftersom cos βL och sin βL är ungefär lika stora för "stora" värden på βL vilket medför att cos βL och sin βL måste vara ungefär lika stora.

Ekvation 4.72 beskriver de tre första egenvinkelfrekvenserna som uppstår på grund av egenmassa, elasticitetsmodul, tröghetsmoment och geometri.

$$\omega_1 = 1,562 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$
, $\omega_2 = 5,062 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$ och $\omega_3 = 10,563 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$ (4.72)

E Teori kapitel 5

Den absoluta förskjutningen kan definieras som summan av förskjutningen av massan relativt givarhuset. Där y(t) är förskjutningen av huset och z(t) är deformerad kristall.

$$x(t) = y(t) + z(t)$$
 (5.1)

Rörelseekvationen kan beskrivas med hjälp av friläggningsmetoden enligt följande uttryck:

$$\overset{\bullet}{mx(t)} + c \begin{bmatrix} \bullet & \bullet \\ x(t) - y(t) \end{bmatrix} + k [x(t) - y(t)] = 0$$
(5.2)

Målet med mätningen är att bestämma rörelsen y(t) som är i själva verket är rörelsen på behållaren från mätningar av relativa förskjutningen z(t). Genom att sätta in Ekvation 5.1 i 5.2 kan då följande uttryck för rörelse ekvationen för behållaren tecknas enligt:

$$mz(t) + cz(t) + kz(t) = -my(t)$$
 (5.3)

Med antagandet att vibrationen är harmonisk d.v.s. $y(t) = Y_0 \cos \omega t$ kommer Ekvation 5.3 att se ut enligt följande uttryck:

$$m z(t) + c z(t) + kz(t) = Y_0 m \Omega^2 \cos \Omega t$$
(5.4)

Efter lite manipuleringar av Ekvation 5.4 kommer responsen för givarhuset att se ut enligt följande uttryck:

$$z(t) = Y_0 \left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2 \left| G(i\Omega) \right| \cos(\Omega t - \phi)$$
(5.5)

Där ϕ är fasvinkeln och kan bestämmas enligt:

$$\phi = \arctan\left(\frac{imG(i\Omega)}{\operatorname{Re}G(i\Omega)}\right)$$

Introduktion av notationen av responsen.

 $z(t) = Z_0 \cos(\Omega t - \phi)$ där Z_0 är mätt amplitud.

$$\frac{Z_0}{Y_0} = \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 G(i\Omega)$$
(5.6)

För små värde av kvoten Ω/ω är storleken av $|G(i\Omega)|$ nära 1 så mätningsamplituden kan approximeras enligt:

$$Z_0 \cong Y_0 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \tag{5.7}$$

Eftersom $Y_0\Omega^2$ representerar accelerationen av behållaren följer att Z_0 är proportionell mot accelerationen av behållaren. Här är proportionalitetskonstanten $1/\omega^2$ där ω är den naturliga frekvensen. Ω är den frekvens av den harmoniska rörelsen så att Z_0/Y_0 kan bli approximerad med $(\Omega/\omega)^2$ och för att amplitudkvoten ska kunna approximeras med kvoten i kvadrat för exciterade och naturliga frekvensen och är också samma som överföringsfunktionsområdet som approximativt är lika med ett. Det är fördelaktigt att plotta överföringsfunktionen mot frekvenskvoten istället för Z_0/Y_0 allt för att bestämma accelerometerns användbara frekvensområde.

Frekvensområdet kan med fördel plottas för storleken $|G(i\Omega)|$ mot $(\Omega/\omega)^2$ med dämpning som verkande parameter. Slutsats kan här dras att $|G(i\omega)|=1$ är för svagt dämpat fall vilket indirekt säger att den naturliga frekvensen för svagt dämpade accelerometrar måste vara uppskattningsvis större än exciterade frekvensen.

F Teoretiskt resultat

I denna del återfinns resultaten av framtagna teorier för värmeöverföringsberäkningar, numerisk lösning av egenvärden, egensvängningsmoder hos sonden för både fast inspänd och fritt upplagd-fri balk samt responsen av exciterade krafter för fast inspänd balk.

F.1 Värmeöverföring

Figur 6.1 visar lufttryck mot värmeövergångskoefficient inne i sonden. Figuren åskådliggör sambandet mellan värmeövergångskoefficient och tryckluftändring. Genom att välja ut ett visst värde efter behov av värmeövergångskoefficienten kan lufttrycket bestämmas.



Figur 6.1 Tryckluft som funktion av värmeövergångskoefficient för luft i sonden Figure 6.1 Compressed air as a function of heat transfer coefficient for air in the probe

Figur 6.2 visar sondens väggtemperatur som funktion av värmeövergångskoefficienten för luft vid maximalt lufttryck enligt Figur 6.1.



Figur 6.2 T_{vägg} yttre sondens vägg temperatur som funktion av värmeövergångskoefficient för luft

Figure 6.2 T_{vagg} exterior wall of the probe temperature as a function of heat transfer coefficient for air

Väggtemperaturen hos sonden varierar med sondens godstjocklek enligt Figur 6.3. Eventuella engångs- samt friktionsförluster i luftledningarna är inte medtagna i beräkningarna och resultatet avviker därför något från ett verkligt fall.



Figur 6.3 Teoretisk beräkning väggtemperaturer över sondens vägg tjocklek Figure 6.3 Theoretically calculated wall temperature of probe's wall thickness

F.2 Fast inspänd balk

Detta kapitel innehåller teoretiska lösningar på egenvärde, egensvängningsmoder och respons av exciterande krafter för fast inspänd balk enligt modellen i Figur 4.1 i bilaga 4.

Figur 6.4 åskådliggör en numerisk lösning för den karaktäristiska ekvationen i Kapitel 4.1 i bilaga 4 för Ekvation 4.24. Skärningen med $\beta_r L$ axeln för r = 1,2,3 ger de tre första egenvärdena som i sin tur ger de tre första egenvinkelfrekvenserna.





Figure 6.4 Numerical solution of the first three eigenvalue for cantilever beam clamped at X = 0

Figur 6.5-6.7 demonstrerar strukturens beteende för varje enskild egenvinkelfrekvens. Där är egensvängningsmoderna normaliserade genom att inställa amplituderna så att $Y_r(L) = 1$ för r = 1,2,3. Till varje egensvängningsmod hör en egenvinkelfrekvens enligt Ekvation 4.29-4.31.



Figur 6.5 Första egensvängningsmod där moden är normaliserad numeriskt genom justering av amplituden så att $Y_r(L) = 1$ för fast inspänd balk vid at X = 0

Figure 6.5 The first natural mode where the mode is normalized numerically by adjusting the amplitude so as to satisfy $Y_r(L) = 1$ for a clamped beam fixed at X = 0





Figure 6.6 The second natural mode where the mode is normalized numerically by adjusting the amplitude so as to satisfy $Y_r(L) = 1$ for a clamped beam fixed



Figur 6.7 Tredje egensvängningsmod där moden är normaliserad numeriskt genom justering av amplituden så att $Y_r(L) = 1$ för fast inspänd balk vid at X = 0Figure 6.7 The third natural mode where the mode is normalized numerically by adjusting the amplitude so as to satisfy $Y_r(L) = 1$ for a clamped beam fixed at X = 0

Figur 6.8 visar summeringen av alla tre egensvängningsmoder enligt Ekvation 4.25 utan inverkan av externa krafter. Där är egensvängningsmoderna normaliserade genom att inställa amplituderna så att $Y_r(L) = 1$ för r = 1,2,3. Till varje egensvängningsmod hör en egenvinkelfrekvens enligt Ekvation 4.29-4.31.





Figure 6.8 Summation of all three natural modes where each of the modes is normalized numerically for a clamped beam fixed at X = 0

Figur 6.9-6.12 har plottats teorierna i Kapitel 4.3, bilaga 4, för responsen av externa krafter i enlighet med Ekvation 4.54 för varje egensvängningsmod. Figurerna visar responsen av exciterande krafter på var och en av egensvängningsmoderna. När sonden svänger med egenvinkelfrekvenser under tillsatta strömningskrafter blir responsen på varje egensvängningsmod olika stor. Nivån hos den exciterande frekvensen ändras inte oavsett vilken egensvängningsmod som undersöks vilket innebär en konstant exciterad frekvens i alla undersökningar. Figurerna visar att responsen minskar för ökade egenvinkelfrekvenser, det vill säga första egensvängningsmod. Figur 6.12 visar den minsta responsen för den exciterade frekvensen på grund av strömning i pannan.



Figur 6.9 Respons av första egensvängningsmod med externa krafter som verkar i radiell l ed som funktion av tid för fast inspänd balk vid X = 0Figure 6.9 Response of the first natural mode with external forces acting in radial direction as a function of time for clamped beam at X = 0







Figur 6.11Respons av andra egensvängningsmod med externa krafter som verkar i
radiell l ed som funktion av tid för fast inspänd balk vid X = 0Figure 6.11Response of the second natural mode with external forces acting in radial
direction as a function of time for clamped beam at X = 0





Figur 6.13 visar den totala responsen för externa excitationer när sonden svänger med egenvinkelfrekvenser i enlighet med Ekvation 4.54. Ekvation 4.54 är ett resultat för

produkten mellan exciterande strömningskrafter med summan av egensvängningsmoder. Även i denna figur är exciterande frekvensen konstant för då antas att strömningskrafterna varierar svagt på grund av en önskat jämn fördelat flöde i pannan.



Figur 6.13 Respons av alla tre egensvängningsmoder med externa krafter som verkar i radiell led som funktion av tid för fast inspänd balk vid X = 0 enligt Ekvation 4.54

Figure 6.13 Response of all the three natural modes with external forces acting in radial direction as a function of time for clamped beam at X = 0 according to Equation 4.54

F.3 Fritt upplagd-fri balk

Detta kapitel innehåller teoretiska lösningar på egenvärde, egensvängningsmoder och respons av exciterande krafter för fritt upplagd-fri balk enligt modellen i Figur 4.10.

Figur 6.14 åskådliggör numerisk lösning för den karaktäristiska ekvationen i Kapitel 4.4 för Ekvation 4.69. Skärningen med $x = \beta_r L$ axeln för r = 1,2,3 ger de tre första egenvärdena som i sin tur ger de tre första egenvinkelfrekvenserna för fritt upplagd-fri balk.



Figur 6.14 Numerisk lösning av de tre första egenvärdena för fritt upplagd-fri balk Figure 6.14 Numerical solution of the first three eigenvalue for beam pinned at X = 0

Figur 6.15-6.17 visar de tre första egensvängningsmoderna i enlighet med Ekvation 4.70 under Kapitel 4.4 för fritt upplagd-fri balk . Skillnaden mellan egensvängningsmoderna för fallen med fast inspänd och fritt upplagd-fri balk, kan förklaras med skillnad i randvillkor som behandlas i Kapitel 4.



Figur 6.15 Första egensvängningsmod där moden är normaliserad numeriskt genom justering av amplituden så att $Y_r(L) = 1$ för fritt upplagd-fri balk

Figure 6.15 The first natural mode where the mode is normalized numerically by adjusting the amplitude so as to satisfy $Y_r(L) = 1$ for beam pinned at X = 0



Figur 6.16 Andra egensvängningsmod där moden är normaliserad numeriskt genom justering av amplituden så att $Y_r(L) = 1$ för fritt upplagd-fri balk

Figure 6.16 The second natural mode where the mode is normalized numerically by adjusting the amplitude so as to satisfy $Y_r(L) = 1$ for beam pinned at X = 0



Figur 6.17 Tredje egensvängningsmod där moden är normaliserad numeriskt genom justering av amplituden så att $Y_r(L) = 1$ för fritt upplagd-fri balk Figure 6.17 The third natural mode where the mode is normalized numerically by Adjusting the amplitude so as to satisfy $Y_r(L) = 1$ for beam pinned

at
$$X = 0$$

Figur 6.18 visar summeringen av alla tre egensvängningsmoder utan inverkan av externa krafter. Där är egensvängningsmoderna normaliserade genom att inställa amplituderna så att $Y_r(L) = 1$ för r = 1,2,3. Till varje egensvängningsmod hör en egenvinkelfrekvens enligt Ekvation 4.70.



Figur 6.18 Summa av alla tre egensvängningsmoder där var och en av moderna är normaliserade numeriskt för fritt upplagd-fri balk

Figure 6.18 Summation of all three natural modes where each of the modes is normalized numerically for a beam pinned at X = 0

Figur 6.19-6.22 visar responsen av exciterande krafter på var och en av egensvängningsmoderna medan Figur 6.23 visar den totala responsen för totala

egensvängningsmoderna samma princip som Ekvation 4.54 men för fritt upplagd-fri balk. Ekvationen kommer att se annorlunda ut på grund av dess randvillkor som finns i Kapitel 4.4.



Figur 6.19Respons av första egensvängningsmod med externa krafter som verkar i
radiell led som funktion av tid för fritt upplagd-fri balkFigure 6.19Response of the first natural mode with external forces acting in radial
direction as a function of time for beam pinned at X = 0



Figur 6.20 En mesh av Figur 6.19 elementvis uppdelade i tre dimensioner Figure 6.20 A mesh of Figure 6.19 elements distributed in three dimension



Figur 6.21 Respons av andra egensvängningsmod med externa krafter som verkar i radiell led som funktion av tid för fritt upplagd-fri balk

Figure 6.21 Response of the second natural mode with external forces acting in radial direction as a function of time for beam pinned at X = 0



Figur 6.22 Respons av tredje egensvängningsmod med externa krafter som verkar i radiell led som funktion av tid för fritt upplagd-fri balk

Figure 6.22 Response of the third natural mode with external forces acting in radial direction as a function of time for beam pinned at X = 0



Figur 6.23Respons av alla tre egensvängningsmoder med externa krafter som
verkar i radiell led som funktion av tid för fritt upplagd-fri balkFigure 6.23Response of all the three natural modes with external forces acting in
radial direction as a function of time for beam pinned at X = 0

Värmeforsk är ett organ för industrisamverkan inom värmeteknisk forskning och utveckling. Forskningsprogrammet är tillämpningsinriktat och fokuseras på energi- och processindustriernas behov och problem.

Bakom Värmeforsk står följande huvudmän:

- Elforsk
- Svenska Fjärrvärmeföreningen
- Skogsindustrin
- Övrig industri

VÄRMEFORSK SAMARBETAR MED STATENS ENERGIMYNDIGHET

VÄRMEFORSK SERVICE AB 101 53 Stockholm Tel 08-677 25 80 Fax 08-677 25 35 www.varmeforsk.se

Beställning av trycksaker Fax oB-677 25 35